



DOI:10.22144/ctujos.2026.087

THIẾT KẾ ĐIỀU KHIỂN CẦU TRỤC 3D CÓ XÉT ĐẾN MA SÁT

Phan Trọng Nghĩa^{1*}, Sơn Trường Nhân¹, Lê Văn Lê², Ngô Quang Hiếu²

¹Khoa Kỹ thuật điện, Trường Bách Khoa, Đại học Cần Thơ

²Khoa Kỹ thuật Cơ khí, Trường Bách Khoa, Đại học Cần Thơ

*Tác giả liên hệ (Corresponding author): ptnghia@ctu.edu.vn

Thông tin chung (Article Information)

Nhận bài (Received): 25/02/2026

Sửa bài (Revised): 10/03/2026

Duyệt đăng (Accepted): 13/05/2026

Title: Design of a three-dimensional container crane controller considering friction

Author(s): Phan Trong Nghia^{1*}, Son Truong Nhan¹, Le Van Le² and Ngo Quang Hieu²

Affiliation(s): ¹Faculty of Electrical Engineering, College of Engineering, Can Tho University; ²Faculty of Mechanical Engineering, College of Engineering, Can Tho University

TÓM TẮT

Bài báo trình bày thiết kế bộ điều khiển chế độ trượt cho hệ cầu trục container ba chiều có xét đến ảnh hưởng của lực ma sát giữa bánh xe và ray chuyển động. Lực ma sát được mô hình hóa theo mô hình Coulomb–nhớt có hiệu chỉnh nhằm mô tả liên tục đặc tính ma sát trong vùng vận tốc thấp và phân ảnh bất định tham số trong phạm vi $\pm 10\%$. Trên cơ sở mô hình động lực học phi tuyến xây dựng bằng phương pháp Lagrange, một luật điều khiển chế độ trượt được đề xuất để bù trực tiếp bất định ma sát và nhiễu tương đương, đồng thời sử dụng hàm hyperbolic tangent để giảm hiện tượng rung giật của tín hiệu điều khiển trong triển khai thực tế. Phân tích theo Lyapunov cho thấy hệ vòng kín đảm bảo ổn định; với hàm tanh(\cdot), hệ đạt ổn định thực dụng quanh mặt trượt. Kết quả mô phỏng MATLAB/Simulink cho thấy hệ đạt thời gian hội tụ khoảng 10–13 s, góc dao động tải nhỏ hơn 3° và duy trì độ bền vững dưới nhiễu tham số $\pm 5\%$. Các kết quả thu được cho thấy phương pháp được đề xuất có tiềm năng ứng dụng cho các hệ cầu trục ba chiều trong điều kiện có ma sát và bất định mô hình.

Từ khóa: Cầu trục ba chiều, điều khiển trượt, động lực học cầu trục ba chiều, ổn định Lyapunov, ma sát cầu trục

ABSTRACT

This paper presents a sliding mode control design for a three-dimensional container crane system considering wheel–rail friction effects. A nonlinear dynamic model of the underactuated crane is derived using the Lagrange formulation, capturing the coupling between translational motions and payload swing dynamics. To represent practical operating conditions, the friction force is described by a modified Coulomb–viscous model, which provides a continuous friction characteristic in the low-velocity region and accounts for parameter uncertainties within $\pm 10\%$. Based on the reduced-order model, a sliding mode control law is developed to directly compensate bounded friction uncertainties and equivalent disturbances. To alleviate the chattering phenomenon inherent in conventional sliding mode control, the discontinuous sign function is replaced by a hyperbolic tangent function, resulting in smoother control signals suitable for implementation and yielding practical stability in a small neighborhood of the sliding surface. Lyapunov-based analysis is provided to establish closed-loop stability and robustness. MATLAB/Simulink simulations demonstrate that the proposed method achieves a convergence time of approximately 10–13 s, limits the payload swing angles to below 3° , and maintains robust trajectory tracking under $\pm 5\%$ parameter disturbances. The results confirm the effectiveness and practical potential of the proposed controller for three-dimensional crane systems operating under friction and model uncertainties.

Keywords: Three-dimensional overhead crane, sliding mode control, overhead crane dynamics, Lyapunov stability, crane friction

1. GIỚI THIỆU

Trong các ngành công nghiệp nặng như sản xuất, xây dựng và vận chuyển hàng hóa, hệ thống cầu trục đóng vai trò quan trọng trong việc nâng cao năng suất làm việc và đảm bảo an toàn trong quá trình vận hành. Đặc biệt, các hệ cầu trục hiện đại thường phải thực hiện đồng thời nhiều chuyển động trong không gian ba chiều, bao gồm chuyển động của xe con, xe cầu và cơ cấu nâng/hạ, trong khi tải trọng treo có xu hướng dao động mạnh do tác động của quán tính và nhiễu từ môi trường. Do đó, việc mô hình hóa chính xác động lực học và thiết kế các bộ điều khiển hiệu quả cho hệ thống cầu trục 3D vẫn là một bài toán thách thức trong lĩnh vực điều khiển tự động.

Trong những năm gần đây, việc xây dựng các mô hình động lực học cầu trục với số bậc tự do ngày càng tăng đã trở thành hướng nghiên cứu chính nhằm phản ánh sát hơn hành vi thực tế của hệ thống. Các mô hình hai và ba bậc tự do đã được nghiên cứu rộng rãi, tiêu biểu như các công trình của (Liu et al., 2005; Lam et al., 2017; Quan et al., 2024). Sau đó, các mô hình cầu trục nhiều bậc tự do hơn, bao gồm bốn, năm và bảy bậc tự do, đã được đề xuất nhằm mô tả đồng thời chuyển động của xe con, xe cầu và dao động của tải trọng trong không gian ba chiều (Almutairi & Zribi, 2009; Hieu et al., 2013; Hue et al., 2025). Những mô hình này tạo nền tảng quan trọng cho việc phát triển các chiến lược điều khiển tiên tiến nhằm giảm góc lắc tải và nâng cao độ chính xác định vị.

Song song với quá trình phát triển mô hình, nhiều phương pháp điều khiển khác nhau đã được đề xuất để giải quyết bài toán chống lắc và điều khiển bám cho hệ cầu trục. Các phương pháp điều khiển cổ điển như PD, PID và các bộ điều khiển tuyến tính có ưu điểm là cấu trúc đơn giản và dễ triển khai (Lu et al., 2009; Phong et al., 2016; Azmi et al., 2019; Lam et al., 2019). Tuy nhiên, khi hệ thống chịu ảnh hưởng của các đặc tính phi tuyến mạnh, nhiễu ngoại lai và bất định tham số, các phương pháp này thường cho hiệu năng hạn chế và khó đảm bảo độ bền vững trong điều kiện vận hành thực tế.

Để khắc phục những hạn chế trên, nhiều chiến lược điều khiển phi tuyến như Lam and Duc (2017) và điều khiển thông minh đã được nghiên cứu, bao gồm kỹ thuật tạo hình tín hiệu đầu vào như Maghsoudi et al. (2017), lập kế hoạch chuyển động và điều khiển dựa vào tính phẳng như Hue et al. (2024) và Hoa et al. (2024), điều khiển mờ, điều khiển tối ưu và các phương pháp điều khiển dựa trên trí tuệ nhân tạo (Wang et al., 2017; Chwa, 2017; Sun

et al., 2018; Aguiar et al., 2021; Toan et al., 2022). Trong số đó, điều khiển chế độ trượt (Sliding Mode Control – SMC) được đánh giá là một trong những phương pháp hiệu quả nhờ khả năng đối phó tốt với bất định mô hình và nhiễu ngoại lai, đồng thời đảm bảo tính ổn định của hệ thống (Le et al., 2014; Hong & Shah, 2019; Chung et al., 2023; Hue et al., 2025). Nhiều nghiên cứu đã áp dụng SMC cho hệ cầu trục hai và ba chiều, cho thấy khả năng giảm góc lắc tải và cải thiện độ chính xác điều khiển (Hieu & Hong, 2012; Tuan et al., 2013; Hieu et al., 2017; Hieu et al., 2022; Hien et al., 2025).

Tuy nhiên, phần lớn các công trình hiện có thường giả thiết bỏ qua hoặc đơn giản hóa ảnh hưởng của lực ma sát trong hệ thống cơ khí. Trong thực tế, lực ma sát giữa bánh xe và ray chuyển động là một trong những nguồn gây bất định chính, dẫn đến sai lệch trạng thái ổn định, hiện tượng dính-trượt và suy giảm hiệu năng điều khiển, đặc biệt trong vùng vận tốc thấp. Một số nghiên cứu đã bước đầu xét đến bù ma sát cho hệ cầu trục, chẳng hạn như Hieu (2013), song chủ yếu giới hạn ở mô hình hai chiều hoặc chưa đánh giá đầy đủ ảnh hưởng của bất định tham số ma sát trong hệ cầu trục 3D.

Xuất phát từ những phân tích trên, một bộ điều khiển chế độ trượt cho hệ cầu trục ba chiều có xét đến ảnh hưởng của lực ma sát bất định được đề xuất. Cụ thể, lực ma sát được mô hình hóa bằng mô hình Coulomb–nhớt có hiệu chỉnh theo Olsson et al. (1998) nhằm đảm bảo tính liên tục trong vùng vận tốc thấp. Trên cơ sở mô hình động lực học phi tuyến của hệ cầu trục 3D, một luật điều khiển trượt được thiết kế để bù trực tiếp bất định tham số ma sát trong phạm vi $\pm 10\%$, đồng thời sử dụng hàm hyperbolic tangent nhằm giảm hiện tượng rung giật. Tính ổn định của hệ thống được chứng minh dựa trên lý thuyết Lyapunov; khi sử dụng hàm tanh(\bullet), hệ đạt ổn định thực dụng quanh mặt trượt. Hiệu quả và độ bền vững của bộ điều khiển đề xuất được kiểm chứng thông qua các kết quả mô phỏng trên nền tảng MATLAB/Simulink với các tham số hệ thống thực tế.

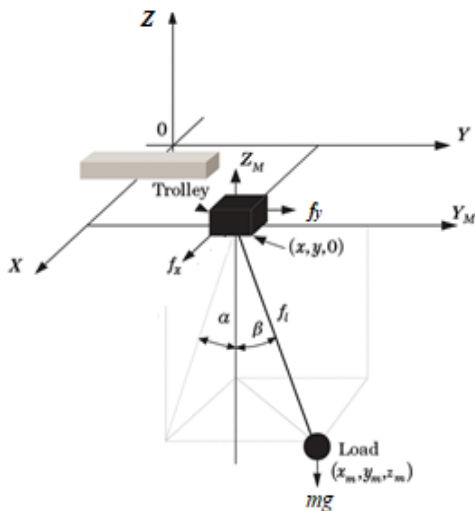
Đóng góp chính của bài báo bao gồm: (i) xây dựng mô hình động lực học phi tuyến đầy đủ của hệ cầu trục 3D tích hợp mô hình ma sát Coulomb–nhớt bất định theo Olsson et al. (1998); (ii) thiết kế luật điều khiển chế độ trượt có bù ma sát trực tiếp, sử dụng hàm tanh(\cdot) để giảm chattering trong khi vẫn đảm bảo ổn định thực dụng theo Lyapunov; (iii) kiểm chứng hiệu quả bộ điều khiển qua mô phỏng với bất định ma sát $\pm 10\%$ và nhiễu tham số $\pm 5\%$ trên hệ cầu trục container 3D.

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

2.1. 2.1 Động lực học hệ cầu trục container 3D

Xét mô hình cầu trục container ba chiều được minh họa trong Hình 1. Tải trọng có khối lượng m được giữ bởi ngàm kẹp và liên kết với xe con thông qua một dây cáp có chiều dài l . Xe con di chuyển dọc theo trục X trên xe cầu, trong khi xe cầu chuyển động dọc theo trục Y . Toàn bộ hệ thống được đỡ bởi kết cấu dầm thép chịu lực.

Trong quá trình vận hành, chuyển động của xe con và xe cầu gây ra dao động của tải trọng trong không gian ba chiều. Các khối lượng của xe con, xe cầu và tải trọng lần lượt được ký hiệu là M_x , M_y và m . Dao động của tải trọng được mô tả bởi hai góc lệch α và β theo các phương X và Y , tương ứng. Lực điều khiển tác động lên hệ thống được ký hiệu là $\mathbf{F} = [f_x, f_y, f_l]^T$, trong khi các lực ma sát phát sinh trong quá trình chuyển động được biểu diễn bởi $\mathbf{F}_{rv} = [f_{r1}, f_{r2}, f_{r3}]^T$.



Hình 1. Mô hình cầu trục container 3D

Giả thiết rằng chuyển động của hệ thống diễn ra trong không gian ba chiều XYZ như Hình 1. Các tọa độ suy rộng của hệ được lựa chọn là $\mathbf{q} = [x, y, l, \alpha, \beta]^T$, trong đó x và y lần lượt là vị trí của xe con và xe cầu, l là chiều dài dây cáp, còn α và β là các góc dao động của tải trọng theo hai phương vuông góc.

Vị trí của tải trọng trong hệ tọa độ Descartes được xác định theo các tọa độ suy rộng như sau:

$$\begin{aligned} x_m &= x + l \sin \alpha \cos \beta, \\ y_m &= y + l \sin \beta, \\ z_m &= -l \cos \alpha \cos \beta. \end{aligned} \quad (1)$$

Trên cơ sở biểu thức vị trí, động năng T và thế năng U của toàn bộ hệ thống được xác định. Vận tốc của tải trọng được suy ra bằng cách lấy đạo hàm theo thời gian của các tọa độ x_m, y_m, z_m . Khi đó, hàm Lagrange của hệ thống được định nghĩa là:

$$L = T - U \quad (2)$$

Áp dụng phương trình Lagrange cho các tọa độ suy rộng \mathbf{q} , ta thu được hệ phương trình vi phân phi tuyến mô tả động lực học của hệ cầu trục 3D. Sau các phép biến đổi đại số, mô hình động lực học của hệ thống có thể được viết gọn dưới dạng:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_{rv} = \mathbf{F} \quad (3)$$

trong đó:

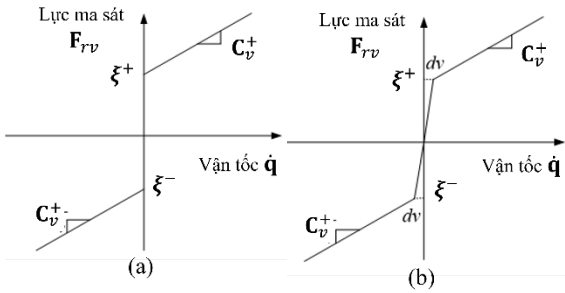
- $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ là ma trận Coriolis và ly tâm;
- $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ là vector trọng lực;
- $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ là ma trận quán tính phụ thuộc vào trạng thái, phản ánh mối quan hệ giữa lực tác động và gia tốc của hệ;
- \mathbf{F} là vector lực điều khiển đầu vào;
- \mathbf{F}_{rv} biểu diễn các lực ma sát tác động lên hệ thống.

Mô hình động lực học phi tuyến này là cơ sở để thiết kế bộ điều khiển chế độ trượt cho hệ cầu trục ba chiều trong các phần tiếp theo.

2.2. Mô hình ma sát

Lực ma sát là một hiện tượng không thể tránh khỏi trong các hệ cơ khí, đặc biệt đối với hệ cầu trục làm việc trong điều kiện tải trọng lớn và vận tốc thấp. Sự tồn tại của lực ma sát giữa bánh xe và ray chuyển động có thể gây ra nhiều ảnh hưởng bất lợi như độ trễ bám quỹ đạo, sai lệch trạng thái ổn định và hiện tượng dính – trượt (stick-slip), từ đó làm suy giảm hiệu năng điều khiển của hệ thống.

Trong nghiên cứu này, lực ma sát tác động lên các cơ cấu chuyển động của cầu trục được mô hình hóa dựa trên mô hình ma sát Coulomb–nhớt có hiệu chỉnh theo Olsson et al. (1998), như minh họa trong Hình 2a. Mô hình này cho phép mô tả tương đối chính xác đặc tính ma sát trong cả vùng vận tốc cao và vùng vận tốc thấp, đồng thời phù hợp với các hệ cơ khí có tiếp xúc lăn–trượt như cầu trục container.



Hình 2. Mô hình ma sát của cầu trục 3D

Trong bài báo này, mô hình ma sát Coulomb–nhớt được sử dụng để mô tả các lực ma sát xuất hiện trong các cơ cấu chuyển động của hệ cầu trục. Đối với các chuyển động theo phương X và Y, lực ma sát chủ yếu xuất hiện giữa bánh xe của xe con và xe cầu với ray dẫn hướng. Đối với chuyển động nâng hạ tải theo phương Z, lực ma sát được mô hình hóa như lực ma sát tương đương trong cơ cấu truyền động nâng, bao gồm ma sát trong hộp giảm tốc, ổ trục và cơ cấu tang cuốn cáp. Do đó, trong mô phỏng lực ma sát theo phương Z được biểu diễn dưới dạng ma sát Coulomb–nhớt tương tự như các phương chuyển động còn lại.

Theo mô hình Olsson, vector lực ma sát tác động lên hệ thống được biểu diễn như sau:

$$\mathbf{F}_{rv} = \mathbf{f}_s (1 - |\varsigma|) + |\varsigma| \left[\left(\frac{\varsigma + 1}{2} \right) (\boldsymbol{\xi}^+ + \mathbf{C}_v^+ \dot{\mathbf{q}}) + |\varsigma| \left(\frac{\varsigma - 1}{2} \right) (\boldsymbol{\xi}^- - \mathbf{C}_v^- \dot{\mathbf{q}}) \right] \quad (4)$$

trong đó $\mathbf{F}_{rv} \in \mathbb{R}^3$ là vector lực ma sát tương ứng với các chuyển động theo các phương x , y và l ; $\dot{\mathbf{q}} = [x, y, l]^T$ là vector vận tốc của các tọa độ được điều khiển; $\mathbf{C}_v^+ = \text{diag}(c_{vx}^+, c_{vy}^+, c_{vl}^+)$ và $\mathbf{C}_v^- = \text{diag}(c_{vx}^-, c_{vy}^-, c_{vl}^-)$ là ma trận hệ số ma sát nhớt tương ứng với chiều vận tốc dương và âm; $\boldsymbol{\xi}^+ = [\xi_x^+, \xi_y^+, \xi_l^+]^T$ và $\boldsymbol{\xi}^- = [\xi_x^-, \xi_y^-, \xi_l^-]^T$ lần lượt là các hệ số ma sát Coulomb tương ứng với chiều vận tốc dương và âm; và ς được định nghĩa là chiều của vận tốc, $\varsigma = \text{sign}(\dot{\mathbf{q}})$.

$$\text{sgn}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{cases} +1 & \text{if } \dot{\mathbf{q}} > 0 \\ 0 & \text{if } \dot{\mathbf{q}} = 0 \\ -1 & \text{if } \dot{\mathbf{q}} < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Trong miền vận tốc rất nhỏ (miền vận tốc không), lực ma sát tĩnh có thể nhận giá trị bất kỳ trong khoảng $[\boldsymbol{\xi}^-, \boldsymbol{\xi}^+]$. Đặc tính không liên tục này có thể gây ra hiện tượng dao động giới hạn nếu lực

điều khiển không đủ lớn để vượt qua ngưỡng ma sát tĩnh.

Để khắc phục nhược điểm trên, mô hình ma sát được hiệu chỉnh bằng cách làm trơn đặc tính ma sát trong vùng vận tốc thấp (Hình 2b). Cụ thể, lực ma sát được mô tả lại dưới dạng:

$$\mathbf{F}_{rv} = \left[\left(\frac{\varsigma + 1}{2} \right) \boldsymbol{\xi}^+ + \left(\frac{\varsigma - 1}{2} \right) \boldsymbol{\xi}^- \right] \frac{\dot{\mathbf{q}}}{dv} \boldsymbol{\eta} + (1 - \boldsymbol{\eta}) \left(\frac{\varsigma + 1}{2} \right) (\boldsymbol{\xi}^+ + \mathbf{C}_v^+ \dot{\mathbf{q}}) + (1 - \boldsymbol{\eta}) \left(\frac{\varsigma - 1}{2} \right) (\boldsymbol{\xi}^- - \mathbf{C}_v^- \dot{\mathbf{q}}) \quad (6)$$

Ở đây, dv là ngưỡng vận tốc xác định miền vận tốc thấp; $\boldsymbol{\eta} = \text{diag}(\eta_1, \eta_2, \eta_3)$ là ma trận hệ số được lựa chọn sao cho lực ma sát là một hàm liên tục tại ranh giới $|\dot{\mathbf{q}}| = dv$ và $\boldsymbol{\eta}$ là hệ số được nghĩa như sau:

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{cases} 1 & \text{if } |\dot{\mathbf{q}}| \leq dv \\ 0 & \text{if } |\dot{\mathbf{q}}| \geq dv \end{cases} \quad (7)$$

Cách tiếp cận này cho phép mô hình ma sát phản ánh tốt hơn đặc tính vật lý của hệ thống, đồng thời tránh được sự thay đổi đột ngột của lực ma sát khi vận tốc đổi chiều. Trong nghiên cứu này, các hệ số ma sát được giả thiết có sai lệch trong phạm vi $\pm 10\%$ so với giá trị danh định nhằm phản ánh bất định tham số trong điều kiện vận hành thực tế của hệ cầu trục.

Mô hình ma sát nêu trên được tích hợp trực tiếp vào mô hình động lực học và luật điều khiển chế độ trượt được thiết kế ở phần tiếp theo, đóng vai trò quan trọng trong việc nâng cao độ bền vững và hiệu quả điều khiển của hệ thống cầu trục ba chiều.

3. THIẾT KẾ ĐIỀU KHIỂN CHO HỆ CẦU TRỤC 3D

3.1. Biến đổi mô hình động lực học

Mô hình động lực học của hệ cầu trục ba chiều đã được thiết lập trong Mục 2 dưới dạng phương trình phi tuyến tổng quát. Mô hình này bao gồm năm biến trạng thái cần xét, trong khi hệ thống chỉ có ba tín hiệu điều khiển đầu vào tương ứng với các chuyển động của xe con, xe cầu và cơ cấu nâng/hạ. Do đó, hệ cầu trục 3D thuộc lớp hệ thiếu chấp hành, gây ra nhiều thách thức trong quá trình thiết kế bộ điều khiển.

Để thuận tiện cho việc thiết kế bộ điều khiển chế độ trượt, vector tọa độ suy rộng được phân tách thành hai nhóm, bao gồm các trạng thái được điều

hiển trực tiếp và các trạng thái không được điều khiển. Cụ thể, ta định nghĩa:

$$\mathbf{q}_1 = [x, y, l]^T, \quad \mathbf{q}_2 = [\alpha, \beta]^T \quad (8)$$

Khi đó, mô hình động lực học của hệ thống có thể được viết lại dưới dạng phân hoạch như sau:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_1 \\ \ddot{\mathbf{q}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{rv} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (9)$$

trong đó $\mathbf{F}_1 = [f_x, f_y, f_l]^T$ là vector lực điều khiển, còn các thành phần tương ứng với \mathbf{q}_2 không có tác động điều khiển trực tiếp.

Từ hệ phương trình (9), phương trình động lực học tương ứng với các trạng thái không được điều khiển có thể được viết dưới dạng:

$$\mathbf{M}_{21}\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{M}_{22}\ddot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{C}_2 + \mathbf{G}_2 = \mathbf{0} \quad (10)$$

Giả thiết rằng \mathbf{M}_{22} là ma trận xác định dương trong miền làm việc của hệ thống, cụ thể khi $l > 0$ và $|\alpha|, |\beta| < \pi/2$, ta có thể giải phương trình (10) theo $\ddot{\mathbf{q}}_2$ như sau:

$$\ddot{\mathbf{q}}_2 = -\mathbf{M}_{22}^{-1}(\mathbf{M}_{21}\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{C}_2 + \mathbf{G}_2) \quad (11)$$

Thay biểu thức (11) vào phương trình động lực học tương ứng với \mathbf{q}_1 , ta thu được mô hình động lực học rút gọn của hệ cầu trục 3D dưới dạng:

$$\mathbf{M}_r(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{C}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}_r(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_{rv} = \mathbf{F}_1 \quad (12)$$

trong đó các ma trận rút gọn \mathbf{M}_r , \mathbf{C}_r và \mathbf{G}_r được xác định thông qua các phép biến đổi đại số từ các thành phần của mô hình ban đầu.

Với các điều kiện vận hành nêu trên, ma trận $\mathbf{M}_r(\mathbf{q})$ là ma trận xác định dương, do đó mô hình (12) có thể được sử dụng làm cơ sở cho việc thiết kế bộ điều khiển. Để thuận tiện cho quá trình tổng hợp luật điều khiển, thành phần liên kết phi tuyến trong động lực học được bù trước bằng cách chọn:

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_c + \mathbf{u} \quad (13)$$

trong đó \mathbf{F}_c là thành phần bù động lực học đã biết, còn \mathbf{u} là tín hiệu điều khiển mới được thiết kế trong phần tiếp theo.

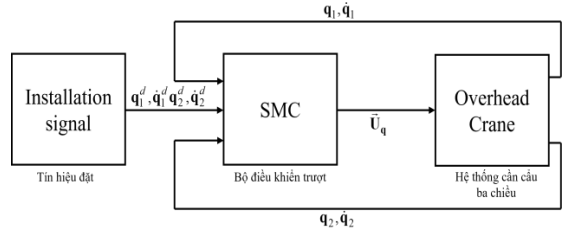
Khi đó, mô hình động lực học rút gọn của hệ thống có thể được viết lại dưới dạng:

$$\ddot{\mathbf{q}}_1 = \mathbf{M}_r^{-1}(\mathbf{q})[\mathbf{u} - \mathbf{F}_{rv}] \quad (14)$$

là dạng thuận lợi cho việc thiết kế bộ điều khiển chế độ trượt cho hệ cầu trục ba chiều.

3.2. Thiết kế bộ điều khiển trượt (SMC) cho hệ cầu trục 3D

Kết quả được minh họa ở Hình 3 cho thấy cấu trúc điều khiển của hệ cầu trục 3D sử dụng bộ điều khiển chế độ trượt. Mục tiêu điều khiển là đảm bảo các biến được điều khiển $\mathbf{q}_1 = [x, y, l]^T$ bám theo giá trị đặt $\mathbf{q}_{1d} = [x_d, y_d, l_d]^T$, đồng thời triệt tiêu góc lắc tải bằng cách làm cho $\alpha \rightarrow 0$ và $\beta \rightarrow 0$ khi $t \rightarrow \infty$.



Hình 3. Cấu trúc mô hình điều khiển cầu trục 3D

Đặt vector trạng thái mong muốn là $\mathbf{q}_d = [x_d, y_d, l_d, 0, 0]^T$.

Xét sai số bám cho nhóm trạng thái điều khiển:

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_{1d}, \quad \mathbf{e}_2 = \dot{\mathbf{q}}_1 - \dot{\mathbf{q}}_{1d} \quad (15)$$

Chọn mặt trượt dạng tuyến tính:

$$\mathbf{s} = \mathbf{e}_2 + \mathbf{\Lambda}\mathbf{e}_1 \quad (16)$$

trong đó $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) > 0$ là ma trận tham số thiết kế.

Lấy đạo hàm theo thời gian của (16) ta được:

$$\dot{\mathbf{s}} = \ddot{\mathbf{q}}_1 - \ddot{\mathbf{q}}_{1d} + \mathbf{\Lambda}\mathbf{e}_2 \quad (17)$$

Từ dạng mô hình $\ddot{\mathbf{q}}_1$ ở (14) thay vào (17) ta được:

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{M}_r^{-1}(\mathbf{q})[\mathbf{u} - \mathbf{F}_{rv}] - \ddot{\mathbf{q}}_{1d} + \mathbf{\Lambda}\mathbf{e}_2 \quad (18)$$

Do lực ma sát và các nhiễu mô hình không thể biết chính xác, ta tách:

$$\mathbf{F}_{rv} = \hat{\mathbf{F}}_{rv} + \Delta\mathbf{F}_{rv} \quad (19)$$

trong đó $\hat{\mathbf{F}}_{rv}$ là giá trị danh định (từ mô hình Olsson và tham số danh định), còn $\Delta\mathbf{F}_{rv}$ là sai số/bất định.

Giả thiết tồn tại hằng số $\bar{\mathbf{f}} \in \mathbb{R}_{>0}^3$ sao cho:

$$|\Delta\mathbf{F}_{rv}| \leq \bar{\mathbf{f}} \quad (20)$$

với $\Delta\mathbf{F}_{rv} = [\Delta f_{r1}, \Delta f_{r2}, \Delta f_{r3}]^T$ và $\bar{\mathbf{f}} = [\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3]^T$.

Chọn luật điều khiển:

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{F}}_{rv} + \mathbf{M}_r(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_{1d} - \mathbf{\Lambda}\mathbf{e}_2) - \mathbf{K}\mathbf{s} - \Phi \text{sgn}(\mathbf{s}) \quad (21)$$

trong đó $\mathbf{K}=\text{diag}(k_1, k_2, k_3)$, $\Phi=\text{diag}(\phi_1, \phi_2, \phi_3)$ là các tham số thiết kế dương dùng để bù bất định và $\text{sgn}(\cdot)$ áp dụng theo từng phần tử.

Thay (21) vào (18), thu được động lực học mặt trượt:

$$\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{M}_r^{-1}(\mathbf{q})[\Delta\mathbf{F}_{rv} + \mathbf{K}\mathbf{s} + \Phi \text{sgn}(\mathbf{s})] \quad (22)$$

3.3. Phân tích và chứng minh ổn định

Giả thiết 1: Trong miền làm việc của hệ ($l > 0$, $|\alpha|, |\beta| < \pi/2$), tồn tại các hằng số $m_{\min} > 0$, $m_{\max} > 0$ sao cho:

$$m_{\min}\mathbf{I}_3 \leq \mathbf{M}_r(\mathbf{q}) \leq m_{\max}\mathbf{I}_3 \quad (23)$$

hoặc

$$\frac{1}{m_{\max}}\mathbf{I}_3 \leq \mathbf{M}_r^{-1}(\mathbf{q}) \leq \frac{1}{m_{\min}}\mathbf{I}_3 \quad (24)$$

Giả thiết 2: Bất định ma sát luôn thỏa theo biểu thức (20) $|\Delta\mathbf{F}_{rv}| \leq \bar{\mathbf{f}}$.

Chọn hàm Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}\mathbf{s}^T\mathbf{s} \quad (25)$$

Lấy đạo hàm của hàm Lyapunov (25) theo thời gian và thay (22) vào, ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{s}^T\mathbf{M}_r^{-1}\mathbf{K}\mathbf{s} \\ &\quad -\mathbf{s}^T\mathbf{M}_r^{-1}\Phi \text{sgn}(\mathbf{s}) - \mathbf{s}^T\mathbf{M}_r^{-1}\Delta\mathbf{F}_{rv} \end{aligned} \quad (26)$$

Dựa trên giả thiết (24), ta đánh giá từng hạng tử ở biểu thức (26):

Vì $\mathbf{M}_r^{-1} \geq \frac{1}{m_{\max}}\mathbf{I}$ và $\mathbf{K} > 0$ nên:

$$\mathbf{s}^T\mathbf{M}_r^{-1}\mathbf{K}\mathbf{s} \geq \frac{1}{m_{\max}}\lambda_{\min}(\mathbf{K})\|\mathbf{s}\|^2 \quad (27)$$

Với $\mathbf{M}_r^{-1} \geq \frac{1}{m_{\max}}\mathbf{I}$ và Φ là ma trận đường chéo dương:

$$\mathbf{s}^T\mathbf{M}_r^{-1}\Phi \text{sgn}(\mathbf{s}) \geq \frac{1}{m_{\max}}\sum_{i=1}^3\phi_i|s_i| \quad (28)$$

Với $\mathbf{M}_r^{-1} \leq \frac{1}{m_{\min}}\mathbf{I}$ và $|\Delta\mathbf{F}_{rv}| \leq \bar{\mathbf{f}}$ ta có:

$$\mathbf{s}^T\mathbf{M}_r^{-1}\Delta\mathbf{F}_{rv} \leq \frac{1}{m_{\min}}\sum_{i=1}^3\bar{f}_i|s_i| \quad (29)$$

Thế (27) ÷ (29) vào (26), ta thu được:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{m_{\max}}\lambda_{\min}(\mathbf{K})\|\mathbf{s}\|^2 - \frac{1}{m_{\max}}\sum_{i=1}^3\phi_i|s_i| \\ &\quad + \frac{1}{m_{\min}}\sum_{i=1}^3\bar{f}_i|s_i| \end{aligned} \quad (30)$$

Do đó, nếu chọn Φ thỏa điều kiện đủ:

$$\phi_i \geq \frac{m_{\max}}{m_{\min}}\bar{f}_i + \delta_i, \delta_i > 0 \quad (31)$$

thì:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{m_{\max}}\lambda_{\min}(\mathbf{K})\|\mathbf{s}\|^2 - \frac{1}{m_{\max}}\sum_{i=1}^3\phi_i|s_i| \\ &< 0 (\mathbf{s} \neq 0) \end{aligned} \quad (32)$$

Suy ra \mathbf{s} hội tụ về 0 (và với hạng $\sum |s_i|$ thì có tính chất đi tới mặt trượt trong thời gian hữu hạn). Khi $\mathbf{s} = 0$, từ (16) ta có:

$$\mathbf{e}_2 = -\Lambda\mathbf{e}_1 \Rightarrow \dot{\mathbf{e}}_1 = -\Lambda\mathbf{e}_1 \quad (33)$$

nên $\mathbf{e}_1 \rightarrow 0$ và $\mathbf{e}_2 \rightarrow 0$ theo hàm mũ. Vậy hệ vòng kín ổn định theo Lyapunov và đạt bám tiệm cận.

Nhận xét. Điều kiện (31) là điều kiện đủ, phần ảnh việc Φ phải bù được bất định $\bar{\mathbf{f}}$ có xét đến miền biến thiên của \mathbf{M}_r .

Trong điều khiển chế độ trượt cổ điển, việc sử dụng hàm dấu $\text{sgn}(\mathbf{s})$ thường gây ra hiện tượng rung giật (chattering) trong tín hiệu điều khiển. Để khắc phục nhược điểm này, trong nghiên cứu này hàm dấu được thay thế bằng hàm hyperbolic tangent $\tanh(\zeta\mathbf{s})$, cho phép làm trơn tín hiệu điều khiển trong vùng lân cận của mặt trượt.

Hàm hyperbolic tangent được định nghĩa như sau:

$$\tanh(\zeta_i s_i) = \frac{e^{\zeta_i s_i} - e^{-\zeta_i s_i}}{e^{\zeta_i s_i} + e^{-\zeta_i s_i}} \quad (34)$$

trong đó $\zeta_i > 0$ là tham số thiết kế điều chỉnh độ dốc của hàm chuyển tiếp. Khi $|s_i|$ lớn, $\tanh(\zeta_i s_i)$ tiệm cận hàm dấu $\text{sgn}(s_i)$; ngược lại, khi $s_i \rightarrow 0$, hàm này biến thiên liên tục và trơn, giúp giảm đáng kể rung giật trong tín hiệu điều khiển.

Do đó, luật điều khiển trượt được thiết kế trong Mục 3.2 được viết lại dưới dạng:

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{F}}_{rv} + \mathbf{M}_r(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_{1d} - \Lambda\mathbf{e}_2) - \mathbf{K}\tanh(\zeta\mathbf{s}) \quad (35)$$

trong đó \mathbf{s} là mặt trượt được xác định ở (16), \mathbf{K} là ma trận hệ số xác định dương, và $\hat{\mathbf{F}}_{rv}$ là thành phần ma sát danh định.

Điều kiện (31) được sử dụng để thiết lập điều kiện đủ cho sự tồn tại của mặt trượt trong quá trình phân tích ổn định theo Lyapunov. Trong luật điều khiển thực tế được trình bày ở (35), điều kiện này được đảm bảo thông qua việc lựa chọn hệ số khuếch đại của thành phần điều khiển bền vững, do đó không xuất hiện trường minh trong biểu thức cuối của lực điều khiển.

Để đảm bảo điều kiện ổn định (31), ma trận gain \mathbf{K} được chọn sao cho $k_i \geq \Phi_i$, $i = 1, 2, 3$, trong đó Φ_i là cận trên của bất định ma sát theo từng phương chuyển động.

Trong quá trình thiết kế lý thuyết của điều khiển chế độ trượt, hàm dấu $\text{sgn}(\cdot)$ thường được sử dụng để thiết lập điều kiện tồn tại mặt trượt và thuận tiện cho việc chứng minh ổn định của hệ thống theo phương pháp Lyapunov. Tuy nhiên, do tính gián đoạn của hàm dấu có thể gây ra hiện tượng rung giật (chattering) của tín hiệu điều khiển khi triển khai thực tế, trong mô phỏng của bài báo này hàm dấu được thay thế bằng hàm $\tanh(\cdot)$ để làm trơn tín hiệu điều khiển. Sự thay thế này giúp giảm rung giật trong tín hiệu điều khiển trong khi vẫn duy trì các đặc tính bền vững cơ bản của điều khiển chế độ trượt. Do đó, hệ thống đạt được ổn định thực dụng trong vùng lân cận của mặt trượt.

3.4. Cấu hình mô phỏng và lựa chọn tham số

Để đánh giá hiệu quả và tính bền vững của bộ điều khiển chế độ trượt đề xuất, mô hình điều khiển cho hệ cầu trục ba chiều được xây dựng và mô phỏng trên nền tảng MATLAB/Simulink.

Mô hình mô phỏng bao gồm ba khối chính: (i) khối tạo tín hiệu đặt, (ii) khối bộ điều khiển chế độ trượt và (iii) khối mô hình động lực học của hệ cầu trục 3D. Khối tạo tín hiệu đặt cung cấp các giá trị mong muốn cho vị trí xe con, xe cầu và chiều dài dây cáp. Khối điều khiển SMC được xây dựng dựa trên mô hình rút gọn và luật điều khiển đã trình bày trong Mục 3.2, trong đó có xét đến ảnh hưởng của lực ma sát bất định và sử dụng hàm hyperbolic tangent để giảm rung giật trong tín hiệu điều khiển. Khối mô hình cầu trục 3D mô tả đầy đủ động lực học phi tuyến của hệ thống, bao gồm các thành phần quán tính, Coriolis, trọng lực và lực ma sát.

Trong các mô phỏng, giá trị đặt cho hệ thống được lựa chọn là $(x_d, y_d, l_d, \alpha_d, \beta_d) = (4, 2, 1.5, 0, 0)$, trong khi các điều kiện ban đầu của hệ được cho bởi $(x_0, y_0, l_0, \alpha_0, \beta_0) = (0, 0, 1, 0, 0)$ và vận tốc ban đầu của tất cả các trạng thái được giả thiết bằng không. Các tham số vật lý của hệ cầu trục container loại nhỏ và các tham số điều khiển được lựa chọn dựa trên các giá trị thực tế và được liệt kê chi tiết trong Bảng 1.

Để phản ánh điều kiện vận hành thực tế, lực ma sát trong mô hình được giả thiết có sai lệch trong phạm vi $\pm 10\%$ so với giá trị danh định, đồng thời nhiều tương đương được mô hình hóa bằng cách nhân thêm hệ số nhiễu $\delta = 1 + 0.05 \cdot \sin(2\pi \cdot 0.3 \cdot t)$ vào

các thành phần lực ma sát, tương đương biên độ nhiễu $\pm 5\%$ so với giá trị danh định.

Bảng 1. Tham số mô phỏng cầu trục 3D

Tham số	Giá trị	Đơn vị
g	9.81	m/s^2
$m; M_x; M_y$	1500; 2000; 5000	kg
$\xi_x^+; \xi_y^+; \xi_l^+$	450; 500; 350	N
$\xi_x^-; \xi_y^-; \xi_l^-$	500; 550; 400	N
$c_{vx}^+; c_{vy}^+; c_{vl}^+$	120; 150; 80	$N \cdot s/m$
$c_{vx}^-; c_{vy}^-; c_{vl}^-$	150; 180; 100	$N \cdot s/m$
d_v	0.001	m/s
$\lambda_1; \lambda_2; \lambda_3$	1.0; 1.5; 2.0	
$k_1; k_2; k_3$	6000; 4500; 9000	
$\zeta_1; \zeta_2; \zeta_3$	35; 25; 10	

Các tham số ma sát Coulomb và ma sát nhớt trong Bảng 1 được xác định theo ba phương chuyển động của hệ cầu trục, bao gồm phương x (chuyển động của xe con), phương y (chuyển động của xe cầu) và phương l (chuyển động nâng/hạ tải). Các ký hiệu của các tham số ma sát này đã được định nghĩa chi tiết trong Mục 2.2 khi trình bày mô hình ma sát của hệ thống. Trong bảng, các hệ số ξ^+ và ξ^- biểu diễn thành phần ma sát Coulomb theo hai chiều chuyển động, trong khi các hệ số c_v^+ và c_v^- biểu diễn các hệ số ma sát nhớt tương ứng.

Các giá trị tham số được lựa chọn dựa trên đặc tính của hệ cầu trục container quy mô nhỏ nhằm đảm bảo tính hợp lý của mô hình mô phỏng.

Kết quả mô phỏng và

4. THẢO LUẬN

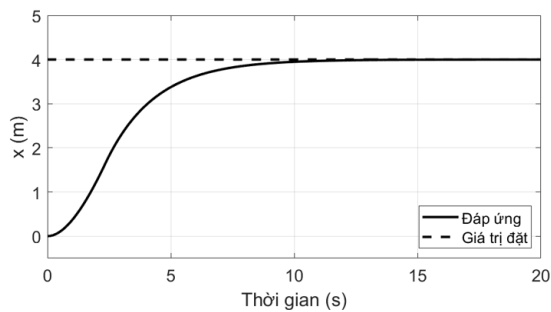
Trong mục này, hiệu quả và tính bền vững của bộ điều khiển chế độ trượt đề xuất được đánh giá thông qua các kết quả mô phỏng trên nền tảng MATLAB/Simulink. Kịch bản mô phỏng sử dụng các tham số và điều kiện vận hành như đã trình bày trong Mục 3.4 và Bảng 1.

Kết quả được thể hiện tại Hình 4, 5, 6 minh họa đáp ứng bám quỹ đạo của các biến trạng thái x, y và l dưới tác động của bộ điều khiển chế độ trượt đề xuất. Có thể quan sát thấy cả ba biến trạng thái đều hội tụ về giá trị đặt một cách ổn định. Đáp ứng của xe con (x) và xe cầu (y) thể hiện đặc tính quá điều chỉnh nhỏ, lần lượt khoảng 10–12% và 8–10%, trước khi hội tụ về giá trị đặt tại thời điểm khoảng 10–13 giây. Đặc tính này phản ánh đúng bản chất của hệ thống cơ học có quán tính lớn khi vận hành với bộ điều khiển phi tuyến. Chiều dài cáp (l) hội tụ nhanh hơn và không có hiện tượng vọt lố, đạt giá trị đặt $l = 1,5$ m trong khoảng 5–6 giây. Sai số xác lập

của cả ba biến đều nhỏ hơn 0,003 m, cho thấy bộ điều khiển đảm bảo độ chính xác bám quỹ đạo cao ngay cả khi lực ma sát có sai lệch $\pm 10\%$ so với giá trị danh định.

Kết quả được trình bày ở Hình 7 và Hình 8 cho thấy diễn biến của các góc dao động α và β của tải trọng trong quá trình di chuyển. Có thể thấy rằng dưới tác động của gia tốc xe trong giai đoạn quá độ, tải trọng bị kích thích dao động với biên độ cực đại khoảng $3,0^\circ$ đối với góc α và $2,5^\circ$ đối với góc β . Tuy nhiên, dao động này chỉ kéo dài trong một chu kỳ và được dập tắt nhanh chóng, hội tụ về giá trị nhỏ hơn $0,5^\circ$ sau khoảng 10–13 giây. Đây là đặc tính mong muốn trong vận hành cầu trục, vì biên độ dao động tải nhỏ hơn 3° và thời gian dập tắt nhanh giúp giảm thiểu nguy cơ va chạm và nâng cao an toàn vận hành.

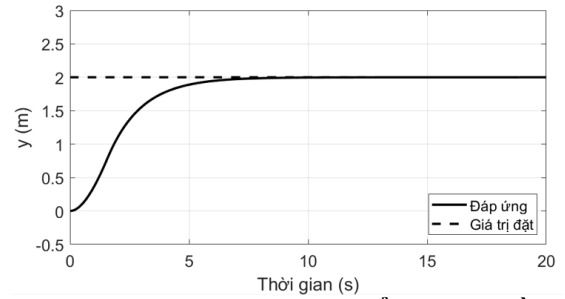
Kết quả được biểu diễn tại Hình 9, 10, 11 cho thấy lực ma sát thực tế và lực ma sát danh định tác động lên ba cơ cấu chuyển động. Có thể nhận thấy lực ma sát thực tế dao động xung quanh giá trị danh định trong phạm vi $\pm 10\%$, phản ánh đúng mô hình bất định được giả thiết. Trong giai đoạn quá độ khi vận tốc thay đổi nhanh, đặc tính ma sát Coulomb–nhớt thể hiện rõ nét với sự chuyển đổi liên tục giữa vùng vận tốc thấp và vùng trượt đầy đủ. Bộ điều khiển đề xuất sử dụng giá trị danh định \hat{F}_{rv} để bù trực tiếp ma sát, phần sai lệch còn lại được xử lý bởi thành phần $K \cdot \tanh(\zeta s)$ trong luật điều khiển, nhờ đó hệ thống vẫn duy trì được chất lượng bám quỹ đạo tốt dù có bất định ma sát.



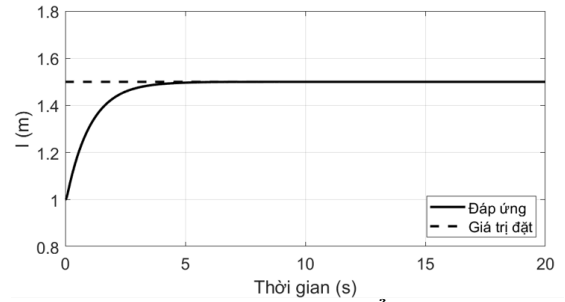
Hình 4. Đáp ứng quỹ đạo chuyển động xe con

Hình 12, Hình 13, Hình 14 biểu diễn các tín hiệu lực điều khiển tác động lên hệ thống theo ba phương chuyển động. Nhờ sử dụng hàm tanh(\bullet) thay cho hàm dấu trong luật điều khiển, các tín hiệu điều khiển có dạng liên tục và trơn mượt, không xuất hiện hiện tượng rung giật với biên độ cao như trong điều khiển trượt cổ điển. Trong giai đoạn quá độ, lực điều khiển đạt giá trị lớn để thắng quán tính và ma sát, sau đó giảm dần và ổn định ở mức nhỏ khi hệ thống tiếp cận giá trị đặt. Đặc tính này góp phần nâng cao

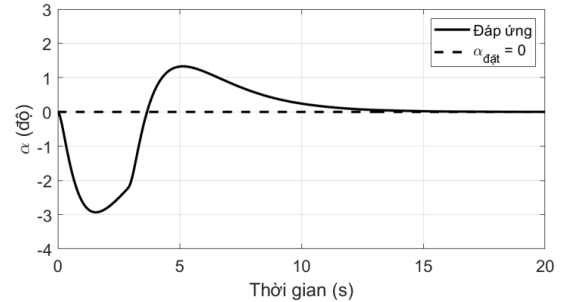
khả năng triển khai thực tế của bộ điều khiển, đồng thời hạn chế mài mòn cơ khí và tổn hao năng lượng trong vận hành.



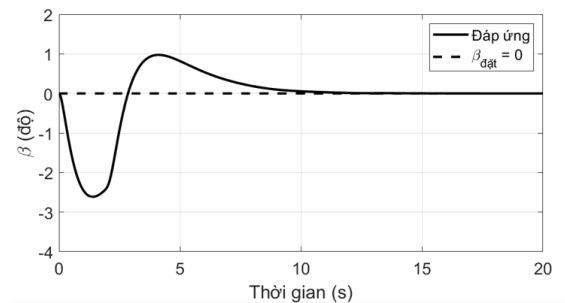
Hình 5. Đáp ứng quỹ đạo chuyển động xe cầu



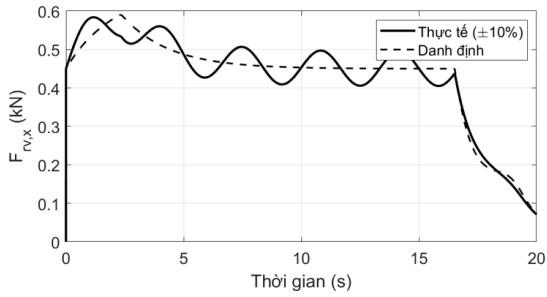
Hình 6. Đáp ứng quỹ đạo chuyển động kéo tải



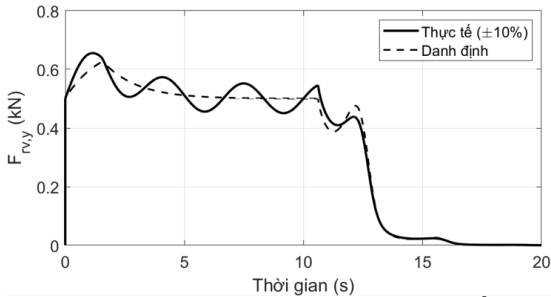
Hình 7. Góc dao động tải trọng theo trục X



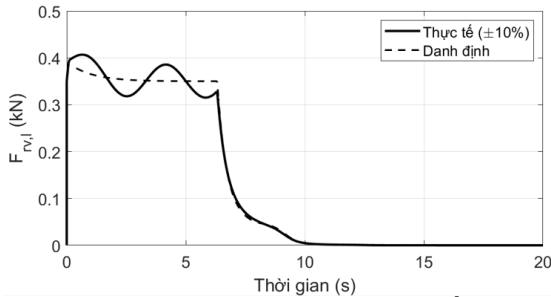
Hình 8. Góc dao động tải trọng theo trục Y



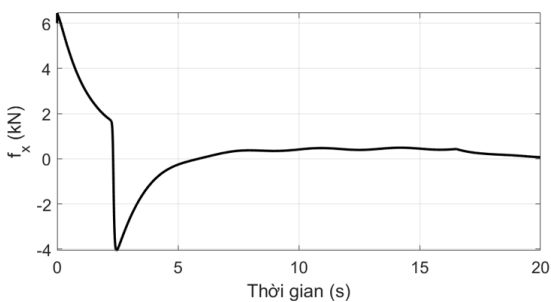
Hình 9. Lực ma sát tác động lên xe con



Hình 10. Lực ma sát tác động lên xe cầu



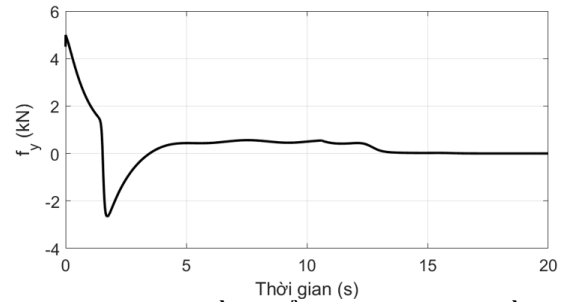
Hình 11. Lực ma sát tác động lên cơ cấu nâng hạ



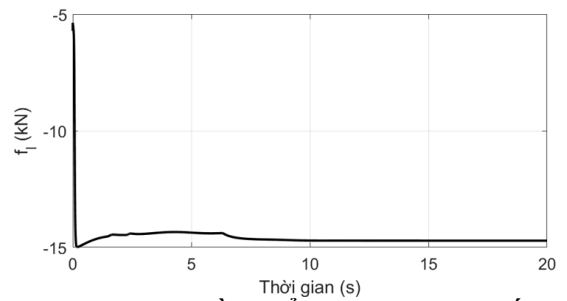
Hình 12. Lực điều khiển tác động lên xe con

Để đánh giá toàn diện hiệu quả của phương pháp đề xuất, kết quả mô phỏng được so sánh với một số nghiên cứu tiêu biểu sử dụng các chiến lược điều khiển khác nhau cho hệ cầu trục, bao gồm điều khiển cổ điển, điều khiển thông minh và điều khiển chế độ trượt.

Kết quả được trình bày ở Bảng 2 cho thấy sự so sánh giữa các phương pháp về mô hình hệ thống, khả năng xét ma sát, đặc tính hội tụ và khả năng giảm góc lắc tải.



Hình 13. Lực điều khiển tác động lên xe cầu



Hình 14. Lực điều khiển tác động lên cơ cấu nâng hạ

Các kết quả ở Bảng 2 cho thấy phương pháp đề xuất duy trì ưu điểm bền vững của điều khiển trượt trong khi cải thiện tính thực tiễn nhờ sử dụng hàm hyperbolic tangent để giảm rung giạt tín hiệu điều khiển. So với các phương pháp điều khiển cổ điển và điều khiển dựa trên tạo hình tín hiệu, bộ điều khiển đề xuất đạt khả năng chống lắc tốt hơn trong điều kiện có bất định ma sát. Đồng thời, so với các phương pháp SMC truyền thống, thời gian hội tụ được cải thiện và tín hiệu điều khiển mượt hơn, giúp nâng cao khả năng ứng dụng cho hệ cầu trục container ba chiều. Việc so sánh mang tính định tính do các nghiên cứu khác nhau sử dụng các điều kiện vận hành khác nhau.

Bảng 2. So sánh phương pháp đề xuất với các thuật toán điều khiển

Nghiên cứu	Thời gian hội tụ, góc lắc tải	Nhận xét
Phong et al. (2016), Fuzzy-PD, 2D, không xét ma sát	~15–20 s, ~5°	Dễ triển khai nhưng nhạy tham số
Maghsoudi et al. (2017), Input shaping, 3D, có xét ma sát	Nhanh, giảm dao động	Phụ thuộc vào quỹ đạo đặt
Chwa (2017), Robust finite-time SMC, 3D, không xét ma sát	~8–10 s, <2°	Có chattering
Hieu (2013), SMC, 2D, có bù ma sát	Cải thiện	Chưa mở rộng 3D
Almutairi & Zribi (2009), SMC, 3D, không xét ma sát	15–20 s, ~0.1 rad (~5.7°)	Không xét đến ma sát
Chung et al. (2023), ESO-based control, 3D, gián tiếp xét đến ma sát	Tốt	Cần bộ quan sát
Nghiên cứu đề xuất, SMC + tanh(•), 3D, có xét đến ma sát	10-13 s, < 3° (~0.052 rad)	Bù ma sát trực tiếp, giảm chattering

5. KẾT LUẬN

Mô hình động lực học phi tuyến của hệ cầu trục container ba chiều có xét đến ảnh hưởng của lực ma sát giữa bánh xe và ray chuyển động được xây dựng. Lực ma sát được mô hình hóa theo mô hình

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Almutairi, N. B., & Zribi, M. (2009). Sliding mode control of a three-dimensional overhead crane. *Journal of Vibration and Control*, 15(11), 1679-1730. <https://doi.org/10.1177/1077546309105095>
- Azmi, N. I., Yahya, M. N. M., Fu, H. J., & Yusoff, W. A. W. (2019). Optimization of the PID-PD parameters of the overhead crane control system by using PSO algorithm. in *MATEC Web of Conferences, Pahang, Malaysia*, 04001. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201925504001>
- Aguiar, C., Leite, D., Pereira, D., Andonovski, G., & Škrjanc, I. (2021). Nonlinear modeling and

Coulomb–nhớt có hiệu chỉnh nhằm mô tả liên tục đặc tính ma sát trong vùng vận tốc thấp và phản ánh bất định tham số trong điều kiện vận hành thực tế. Trên cơ sở mô hình động lực học này, một bộ điều khiển chế độ trượt đã được thiết kế nhằm bù trực tiếp các bất định ma sát và nhiễu tương đương của hệ thống.

Để giảm hiện tượng rung giật của tín hiệu điều khiển trong điều khiển chế độ trượt truyền thống, hàm dấu được thay thế bằng hàm hyperbolic tangent trong luật điều khiển. Phân tích ổn định theo Lyapunov cho thấy hệ vòng kín đảm bảo tính ổn định; với việc sử dụng hàm tanh(•), hệ đạt ổn định thực dụng trong vùng lân cận của mặt trượt. Kết quả mô phỏng trên môi trường MATLAB/Simulink cho thấy hệ thống đạt được khả năng bám quỹ đạo tốt với thời gian hội tụ khoảng 10–13 s, đồng thời duy trì góc dao động tải nhỏ hơn 3° trong điều kiện có bất định ma sát ±10% và nhiễu tham số ±5%.

Mặc dù các kết quả mô phỏng cho thấy hiệu quả của phương pháp đề xuất, nghiên cứu hiện tại vẫn còn một số hạn chế nhất định. Cụ thể, nghiên cứu mới dừng lại ở mức mô phỏng và chưa xem xét đầy đủ các ràng buộc thực tế như giới hạn cơ cấu chấp hành, bão hòa tín hiệu điều khiển hoặc trễ đo lường. Trong các nghiên cứu tiếp theo, phương pháp điều khiển bằng cách kết hợp với các bộ quan sát nhiễu và tiến hành kiểm chứng thực nghiệm trên mô hình cầu trục quy mô phòng thí nghiệm được tập trung mở rộng nhằm đánh giá toàn diện hơn tính khả thi của phương pháp.

LỜI CẢM ƠN

Nhóm tác giả chân thành cảm ơn Đại học Cần Thơ đã cấp kinh phí để thực hiện nghiên cứu này. Nghiên cứu được thực hiện dưới sự tài trợ từ Đề tài nghiên cứu cấp Trường năm 2024, mã số đề tài T2024-80.

robust LMI fuzzy control of overhead crane systems. *Journal of the Franklin Institute*, 358(2), 1376-1402. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2020.12.003>

Chwa, D. (2017). Sliding-Mode-Control-Based Robust Finite-Time Antisway Tracking Control of 3-D Overhead Cranes. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(8), 6775-6784. <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2701760>

Chung, N. V., Hieu, L. X., Huy, N. D., Lam, N. T., & Hue, L.T (2023). Anti-sway control for crane systems based on an extended state observer.

- Measurement Control and Automation*, 4(3), 47-53.
- Hieu, N. Q., & Hong, K. S. (2012). Adaptive sliding mode control of container cranes. *IET Control Theory & Applications*, 6(5), 662-668.
- Hieu, N. Q. (2013). Anti-sway control for container crane systems with friction compensation. *Can Tho University Journal of Science*, 29, 8-14.
- Hieu, N. Q., Phong, N. N., Ngon, N. C., Hung, T. T., & Hong, K.S. (2013). Fuzzy sliding mode control of container cranes. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 13(2), 419-425.
<https://doi.org/10.1007/s12555-014-0150-0>
- Hieu, N. Q., Phong, N. N., Ngon, N. C., Hung, T. T., & Phuc, H. Q. (2017). Fuzzy sliding mode control of an offshore container crane. *Ocean Engineering*, 140, 125-134.
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.05.019>
- Hong, K. S., & Shah, U. H. (2019). Dynamics and control of industrial cranes. *Advances in Industrial Control*. Springer, Singapore.
- Hieu, P. V., The, M. T., & Trong, D. V. (2022). Design of a sliding mode controller with an exponential approach for 3D cranes. *Journal of Maritime Science and Technology*, 69, 38-44.
- Hoa, B. T. K., Mai, H. T., Hue, L. T., Lam, N. T., & Huy, N. D. (2024). Flatness-based Motion Planning and Model Predictive Control of Industrial Cranes. *Engineering, Technology & Applied Science Research*, 14(4), 15141-15148.
<https://doi.org/10.48084/etasr.7662>
- Hue, L. T., Hoa, B. T. K., Huy, N. D., Vu, M. N., & Lam, N. T. (2024). Flatness-based motion planning and control strategy of a 3D overhead crane. *IEEE Access*, 13, 7053-7070.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3524404>
- Hien, N. T., Mai, H. T., Lam, N. T., & Hue, L. T. (2025). Bounded kinodynamic planning with Lyapunov-based model predictive control backbone by fixed-time observer and control mechanism for double-pendulum overhead cranes. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 1-37.
<https://doi.org/10.1080/15397734.2025.2595679>
- Hue, L. T., & Lam, N. T. (2025). A novel non-recursive control for payload positioning and swing suppressing problems in overhead-crane applications. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 01423312251344994.
<https://doi.org/10.1177/01423312251344994>
- Liu, D., Yi, J., Zhao, D., & Wang, W. (2005). Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane. *Mechatronics*, 15(5), 505-522.
<https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2004.11.004>
- Lu, L., Yao, B., Wang Q., & Chen, Z. (2009). Adaptive robust control of linear motors with dynamic friction compensation using modified LuGre model. *Automatic*, 45(12), 2890-2896.
<https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.09.007>
- Le, A. Q., Lee, S. G., & Nguyen, V. H. (2014). Second order sliding mode control of a 3D overhead crane with uncertain system parameters. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 15(5), 811-819.
- Lam, N. T., & Duc, D. M. (2017). Nonlinear control of flexible two-dimensional overhead cranes. *In Adaptive robust control systems*. Intech Open.
<https://doi.org/10.5772/intechopen.71657>
- Lam, N. T., Hieu, D. T., & Quang, N. H. (2019). Vibration suppression control of a flexible gantry crane system with varying rope length. *Journal of Control Science and Engineering*, 2019(1), 9640814.
<https://doi.org/10.1155/2019/9640814>
- Lam, N. T., Quang, N. H., & Duc, D. M. (2021). Payload motion control for a varying length flexible gantry crane. *Automatika*, 62(3-4), 520-529.
<https://doi.org/10.1080/00051144.2021.1991176>
- Maghsoudi, M. J., Mohamed, Z., Sudin, S., Buyamin, S., Jaafar, H., & Ahmad, S. (2017). An Improved input shaping design for an efficient sway control of a nonlinear 3D overhead crane with friction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 92, 364-378.
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2017.01.036>
- Mojallizadeh, M. R., Brogliato, B., & Prieur, C. (2023). Modeling and control of overhead cranes: A tutorial overview and perspectives. *Annual Reviews in Control*, 56, 100877.
<https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2023.03.002>
- Mai, H. T., Hiep, N. D., Huy, V. N., Duy, D. P., Huy, N. D., Lam, N. N., & Long, H. T. (2025). Hierarchical Sliding Mode Control for 7-DOF Overhead Cranes. *In 2025 10th International Conference on Applying New Technology in Green Buildings (ATiGB), IEEE*, 428-433
<https://doi.org/10.1109/ATiGB66719.2025.11142173>
- Olsson, H., Åström, K. J., De Wit, C. C., Gäfvert, M., & Lischinsky, P. (1998). Friction models and friction compensation. *Eur. J. Control*, 4(3), 176-195.
[https://doi.org/10.1016/S0947-3580\(98\)70113-X](https://doi.org/10.1016/S0947-3580(98)70113-X)
- Phong, N. N., Nghia, P. T., & Hieu, N. Q. (2016). Autonomous offshore container crane system using a fuzzy-PD logic controller. *In International Conference on Control*,

- Automation and Systems (ICCAS)*, IEEE, pp. 1093-1098.
- Quan, L. H., Ngoc, T. B., & Uy, P. V. (2024). Solution for Reducing Oscillation of the Load and Hook in a Two-Degree-of-Freedom Crane Trolley Model to Improve Productivity and Safety Using Incremental Sliding Mode Control. *Journal of Materials and Construction*, 14(2), 80.
<https://doi.org/10.1002/rnc.3061>
- Sun, Z., Bi, Y., Zhao, X., Sun, Z., Ying, C., & Tan, S. (2018). Type-2 fuzzy sliding mode anti-swing controller design and optimization for overhead crane. *IEEE Access*, 6.
- Tuan, L. A., Lee, S. G., Ko, D. H., & Nho, L. C. (2013). Combined control with sliding mode and partial feedback linearization for 3D overhead cranes. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 24(18), 3372–3386.
- Thuan, V. D., Trieu, P. V., & Cuong, M. (2018). Designing an Adaptive Controller for 3D Overhead Cranes Using Hierarchical Sliding Mode and Neural Network”, In *2018 International Conference on System Science and Engineering (ICSSE)*, IEEE, 1-6.
<https://doi.org/10.1109/ICSSE.2018.8520162>
- Toan, N. N., Huy, N. D., Lam, N. T., & Anh, N. T. V. (2022). Takagi-Sugeno fuzzy approach with compressed representation for overhead crane system. *Smart Systems and Devices*, 32(3), 44-51.
<https://doi.org/10.51316/jst.160.ssad.2022.32.3.6>
- Wang, D., He, H., & Liu, D. (2017). Intelligent optimal control with critical learning for a nonlinear overhead crane system. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 14(7), 2932-2940.
<https://doi.org/10.1109/TII.2017.2771256>