Tạp chí Khoa học Đại học Cần Thơ
Phần A: Khoa học tự nhiên, Công nghệ và Môi trường
ISSN 1859-2333 | e-ISSN 2815-5599

DOI:10.22144/ctujos.2026.010

LEPTOGENESIS TRONG MÔ HÌNH ĐỐI XỨNG A_4 MODULAR CHO KHU VỰC LEPTON VỚI CƠ CHẾ SEESAW TỐI THIỂU

Nguyễn Hoàng Phương Thảo[1] và Nguyễn Thanh Phong[2*]
[1]*Trường Trung học cơ sở Tân Hiệp, An Giang, Việt Nam*
[2]*Trường Khoa học Tự nhiên, Đại học Cần Thơ, Việt Nam*
**Tác giả liên hệ (Corresponding author): thanhphong@ctu.edu.vn*

Thông tin chung (Article Information)

Nhận bài (Received): 06/05/2025
Sửa bài (Revised): 12/05/2025
Duyệt đăng (Accepted): 11/12/2025

Title: *Leptogenesis in an A_4 modular symmetry model for leptons with minimal seesaw mechanism*

Author: *Nguyen Hoang Phương Thao[1] and Nguyen Thanh Phong[2*]*

Affiliation(s): *[1]Tan Hiep Secondary School, An Giang Province, Viet Nam; [2]Department of Physics, College of Natural Sciences, Can Tho University, Viet Nam*

TÓM TẮT

Nhóm gián đoạn A_4 modular trong mô hình siêu đối xứng tối thiểu, với cơ chế seesaw loại I tối giản để sinh khối lượng các neutrino được đề xuất nhằm hạn chế số lượng các tham số tự do và các trường mới khi mở rộng mô hình chuẩn. Kết quả tính số cho thấy, mô hình đề xuất đã giải thích thỏa đáng tất cả các số liệu thí nghiệm các lepton ở độ chính xác 3σ. Dựa trên các số liệu thực nghiệm, các giá trị được phép của các tham số của mô hình cũng được tìm thấy. Quá trình leptogenesis cũng đã được tính toán, kết quả tính số chỉ ra rằng, bất đối xứng giữa vật chất và phản vật chất của Vũ trụ đã được giải thích thỏa đáng bởi mô hình đề xuất trong nghiên cứu này.

Từ khóa: *A_4 modular, dạng modular, leptogenesis, seesaw tối thiểu*

ABSTRACT

An A_4 modular discrete group is researched in a minimal supersymmetric context with the type I minimal seesaw mechanism in order to produce neutrino mass and to lower the number of free parameters and unexpected new particles when the Standard model is expanded. The researched model can explain all the data of the leptons from experiments, at the 3σ confidence level. The values of the parameters of the model are also found. The baryogenesis generation through leptogenesis is calculated numerically. Our results show that the asymmetry between baryon number and anti-baryon number of the Universe is properly generated by our research model.

Keywords: *A_4 modular, leptogenesis, minimal seesaw, modular form*

1. GIỚI THIỆU

Thực nghiệm về dao động neutrino đã xác nhận rằng neutrino có khối lượng. Các tham số dao động neutrino như hiệu bình phương khối lượng neutrino, các góc trộn lepton và các pha vi phạm CP (Charge and Parity) (Esteban et al., 2020) và các quan sát vũ trụ học (Aghanim et al., 2020) chỉ ra rằng, khối lượng neutrino có độ lớn nhỏ hơn nhiều bậc so với khối lượng của các fermion khác trong Mô hình chuẩn (Standard model, SM). Do đó, một số mô hình mới cần vượt ra ngoài SM để giải thích những khối lượng nhỏ như vậy, được gọi là các Mô hình chuẩn mở rộng (Beyond the Standard model, BSM).

Khi nghiên cứu về vũ trụ học, có thêm những động lực mạnh mẽ để xem xét vật lý mới vượt ra ngoài SM. Một là, không có ứng cử viên thích hợp cho vật chất tối trong SM. Hai là, quá trình sinh baryon (bayongenesis) không hoạt động trong SM, vì quá trình sinh baryon trong lý thuyết điện yếu đòi hỏi khối lượng boson Higgs nhỏ hơn khối lượng boson Higgs đã quan sát được bằng thực nghiệm. Cũng nên nhắc lại ở đây là, theo lý thuyết Big-bang (Weinberg, 1993), Vũ trụ được sinh ra sau một vụ nổ lớn (Big-bang), sau đó các baryon và phản phản baryon dần được tạo ra và biến đổi theo thời gian với cùng một hình thức, với số lượng như nhau cho đến tại. Các dữ liệu về đo đạc bức xạ nền của Vũ trụ (Cosmic Microwave Background - CMB) và sự hình thành các hạt nhân nhẹ sau Big-bang (Big Bang Nucleosynthesis - BBN) cho thấy rằng, hiện tại phản baryon hầu như không tìm thấy trong Vũ trụ, ngoại trù ở lớp ngoài cùng của khí quyển và trong các thí nghiệm gia tốc hạt. Người ta gọi đây là bất đối xứng baryon – phản baryon của Vũ trụ (Baryon Asymmetry of the Universe, BAU). Như vậy có nghĩa là vật chất được sinh ra nhiều hơn phản vật chất khi Vũ trụ tiến hóa, hay gọi đơn giản là quá trình sinh baryon như đề cập ở trên. May mắn thay, các BSM với chế seesaw (Seesaw mechanism, SS) (Minkowski, 1977) có thể giải thích BAU hay quá trình sinh baryon, bằng một cơ chế được gọi là leptogenesis (Fukugita & Yanagida, 1986).

Cơ chế SS là một ý tưởng đơn giản để giải quyết nguồn gốc của khối lượng neutrino, trong đó khối lượng neutrino (rất nhẹ) được tạo ra bởi khối lượng neutrino phân cực phải (right handed neutrino, RHN) rất nặng. Nếu mô hình chứa hai RHN thì ta có cơ chế SS tối thiểu (minimal seesaw mechanism), khi đó một (trong ba) neutrino có khối lượng bằng không. Trong các mô hình như vậy, leptogenesis hoạt động như một cơ chế của baryogenesis, trong đó phân rã vi phạm CP (Charge conjugate and Parity) của các RHN tạo ra bất đối xứng lepton. Bất đối xứng lepton lại được chuyển đổi một phần thành bất đối xứng baryon thông qua quá trình sphaleron (Fukugita & Yanagida, 1986). Cùng với cơ chế SS, nếu các đối xứng thế hệ (flavor/generation symmetries) được thêm vào nhóm chuẩn của SM cũng dẫn đến một hệ BSM có khả năng thú vị để giải thích cấu trúc trộn của khu vực lepton. Theo định hướng này, các nhóm đối xứng gián đoạn không giao hoán như S_3 (Mohapatra et al., 2006), A_4 (Feruglio et al., 2007), S_4 (Bazzocchi & Morisi, 2009),… đã được sử dụng một cách rộng rãi.

Trong số các nhóm gián đoạn không giao hoán, A_4 là nhóm tiết kiệm nhất. Đây là nhóm các hoán vị chẵn của bốn phần tử, có ba biểu diễn một chiều không tương đương (**1**, **1′** và **1″**) và một biểu diễn ba chiều (**3**). Điều thú vị của mô hình này là ba thế hệ của các đơn tuyến lepton phân cực phải có thể được biểu diễn một cách tự nhiên tương ứng cho ba biểu diễn một chiều; trong khi ba lưỡng tuyến lepton phân cực trái được biểu diễn bởi tam tuyến của nhóm A_4. Các kỹ thuật tính toán liên quan đến nhóm A_4 có thể tham khảo công trình của Le et al. (2019) và của Nguyen et al. (2020). Một tính chất chung của các BSM với nhóm A_4 nói riêng và các nhóm đối xứng gián đoạn nói chung, đó là các đối xứng này chỉ tồn tại ở mức năng lượng rất cao, sau đó bị phá vỡ bởi các trường Higgs mới (được gọi là các flavon) để sinh cấu trúc trộn cho khu vực lepton, và cùng với phá vỡ đối xứng điện yếu để sinh khối lượng các lepton của mô hình. Việc thêm nhiều flavon rất nặng làm cho các mô hình loại này không thể kiểm chứng bằng thực nghiệm cũng như xuất hiện nhiều số hạng tương tác không mong muốn và nhiều tham số tự do. Điều này làm cho các BSM theo hướng này là kém hấp dẫn.

Khoảng 10 năm gần đây, người ta tìm thấy các các BSM với nhóm đối xứng modular (Ferruccio, 2017) là ứng viên hiệu quả, có khả năng khắc phục được những hạn chế của BSM với đối xứng gián đoạn. Các mô hình đối xứng modular hữu hạn là đẳng cấu với mô hình đối xứng gián đoạn, do đó chúng sinh ra ma trận trộn các lepton là giống như phương thức của các mô hình đối xứng gián đoạn. Đặc trưng nổi bật nhất của mô hình modular là để đối xứng modular bị phá vỡ, đối xứng này không yêu cầu có thêm hoặc có thêm rất hạn chế các trường vô hướng mới. Xây dựng các BSM bằng đối xứng modular, do đó, mở ra một phương hướng nghiên cứu mới của lý vật lý hạt, đó việc tìm kiếm một lý thuyết tối ưu để mô tả hoàn chỉnh vật lý hạt cơ bản.

Với các ưu điểm của mô hình đối xứng modular và mô hình đối xứng gián đoạn, trong bài báo này, đối xứng A_4 modular cho các hạt lepton được sử dụng, cụ thể là modular đẳng cấu với nhóm đối xứng A_4 modular được thêm vào nhóm $SU(2)_L \times U(1)_Y$, là nhóm chuẩn SM. Trong mô hình nghiên cứu này, khu vực lepton trung hòa có hai RHN mới được thêm vào. Khi dó, thông qua công thức SS loại I, khối lượng cho các neutrino nhẹ được sinh ra, vì vậy người gọi đây là cơ chế SS tối thiểu. Sau đó không gian tham số của mô hình ở khu vực lepton được tính toán dựa vào số liệu thí nghiệm hiện nay. Dựa trên các giá trị cho phép của các tham số của mô hình, số bất đối xứng baryogenesis thông qua lý thuyết leptogenesis được tính toán để giải thích sự

bất đối xứng giữa vật chất và phản vật chất của Vũ trụ.

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Ở bài báo này, chúng tôi sử dụng lý thuyết trường lượng tử và lý thuyết nhóm để thực hiện phân tích và tính toán giải tích. Phần mềm Mathematica được sử dụng để hỗ trợ tính giải tích, thực hiện tính số và biểu diễn hình các các kết quả tính số.

3. XÂY DỰNG MÔ HÌNH

3.1. Nhóm modular và dạng modular

Ở mục này, lý thuyết về nhóm đối xứng modular (modular group) và về dạng modular (modular form) được giới thiệu một cách khái quát. Theo đó, nhóm đối xứng modular Γ(*N*), có tên gọi khác là nhóm con đồng dư chính (principal congruence subgroups) bậc *N,* với $N = 1, 2, 3, \ldots$, được định nghĩa như sau (Ferruccio, 2017):

$$\Gamma(N) = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL(2,Z), \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (mod\ N)\right\}, \quad (1)$$

Γ(*N*) còn được gọi là nhóm con chuẩn tắc của nhóm modular đồng nhất $\Gamma \equiv \Gamma(1) \cong \mathrm{SL}(2,\mathrm{Z})$. Ở đây $\mathrm{SL}(2,\mathrm{Z})$ là nhóm các ma trận bậc 2×2, với các phần tử của nó là các số nguyên và định thức của chúng bằng đơn vị. Khi tác dụng Γ(*N*) lên biến số phức *z* (còn được gọi là modulus) ở nửa mặt phẳng trên ($\mathrm{Im}(z) > 0$) và làm nó biến đổi như dưới đây:

$$z \to \gamma z = \frac{a\tau+b}{c\tau+d}, \left((a,b,c,d) \in Z, ad - bc = 1\right), \quad (2)$$

trong đó $\gamma \in \Gamma(N)$.

Modular form được định nghĩa như sau, cho hàm phức $f(z)$ là giải tích và biến đổi dưới tác dụng của $\Gamma(N)$ như dưới đây:

$$f(z) \to (cz + d)^k f(z), \quad (3)$$

trong đó: *k* là các số nguyên dương chẵn, được gọi là trọng số modular (modular weight). Khi đó $f(z)$ được gọi là một dạng modular form (có trọng số *k* và bậc N) .

Ngoài ra, người ta định nghĩa các nhóm con xạ ảnh đồng dư chính $\bar{\Gamma}(N)$ (the projective principal congruence subgroups) như sau: $\bar{\Gamma}(N) = \Gamma(N)/\pm\mathrm{I}$ với *N* = 1, 2. Có thể nhận thấy, khi $N \geq 3$ thì $\bar{\Gamma}(N) = \Gamma(N)$, do lúc này phần tử - *I* không thuộc nhóm Γ(*N*). Nhóm modular $\bar{\Gamma} = \Gamma/\pm I$ được sinh bởi hai vi tử *S* và *T*. Tác dụng hai vi tử này lên modulus *z* sẽ làm *z* biến đổi như dưới đây:

$$S: z \to -\frac{1}{z}; \quad T: z \to z + 1. \quad (4)$$

S và *T* thỏa điều kiện

$$S^2 = (ST)^3 = (TS)^3 = I. \quad (5)$$

Các vi tử *S* và *T* có thể được biểu diễn bằng hai ma thuộc nhóm PSL (2, Z) như dưới đây:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Nhóm Γ_N nếu thêm điều kiện $T^N = I$ vào các điều kiện ở phương trình (5), thì trở thành là các nhóm modular hữu hạn, trong đó $\Gamma_N \equiv \bar{\Gamma}/\bar{\Gamma}(N)$. Khi đó, dưới tác dụng của nhóm Γ_N, các modular form $f(z)$ sẽ biến đổi như dưới đây:

$$f(z) \to (cz + d)^k \rho^{(f)}(\gamma) f(z), \gamma \in \Gamma_N, \quad (6)$$

ở đây, tương tự như trên, *k* là các số nguyên dương chẵn.

Khi áp dụng các đối xứng modular cho các mô hình lý thuyết cho vật lý hạt cơ bản, chúng ta giới thiệu và yêu cầu các siêu trường $\phi^{(I)}$ biến đổi đối với nhóm Γ_N theo biểu thức:

$$\phi^{(I)} \to (cz + d)^{-k_I} \rho^{(I)}(\gamma) \phi^{(I)}, \quad (7)$$

ở đây $-k_I$ là trọng số gắn với trường $\phi^{(I)}$. Ở hai công thức (6) và (7), $\rho(\gamma)$ là toán tử (ma trận) biểu diễn cho phép biến đổi γ. Trong phương trình (7), nếu không yêu cầu $\phi^{(I)}$ là các modular form (như đa số các mô lý thuyết sử dụng đối xứng modular) thì $-k_I$ chỉ cần là những số nguyên.

Các nhóm đối xứng Γ_N với *N* = 2, 3, 4,... đã được chứng minh là đẳng cấu với các nhóm đối xứng gián đoạn S_3, A_4, S_4 (Ferruccio, 2017). Trong bài báo này, chúng tôi chỉ giới hạn nghiên cứu nhóm đối xứng $\Gamma_3 \simeq \mathrm{A}_4$, cho đơn giản, gọi là mô hình A_4 modular. Trong mô hình A_4 modular ở nghiên cứu này, siêu thế $\mathcal{W}(z,\phi)$ được yêu cầu bất biến đối với mô hình nghiên cứu và có thể biểu diễn thành các số hạng chứa các siêu đa tuyến như dưới đây:

$$\mathcal{W}(z,\phi) = \sum_n \sum_{I_1,\ldots,I_n} Y_{I_1,\ldots,I_n}(z) \phi^{(I_1)} \ldots \phi^{(I_n)}, \quad (8)$$

trong đó các hệ số $Y_{I_1,\ldots,I_n}(z)$ là các tham số tương tác Yukawa, được yêu cầu có dạng modular form và chúng biến đổi theo các phép biến đổi của nhóm Γ_N như dưới đây, phương trình (6):

$$Y_{I_1,\ldots,I_n} \to (cz + d)^{k_Y} \rho_Y(\gamma) Y_{I_1,\ldots,I_n}. \quad (9)$$

Yêu cầu bất biến của só hạng siêu thế $\mathcal{W}(z,\phi)$ dẫn đến đòi hỏi $k_Y = k_1 + \cdots + k_n$và $\rho_Y \otimes \rho_{I_1} \otimes \ldots \otimes \rho_{I_n} \ni I$, với *I* là ma trận đơn vị.

Đối với mô hình $\Gamma_3 \simeq A_4$ của nghiên cứu này, người ta chỉ ra được rằng, bắt đầu với trọng số thấp nhất là $k_Y = 2$, chỉ có 03 modular form là thỏa điều kiện độc lập tuyến tính, được ký hiệu bởi $Y_i^2(z), i = 1,2,3$ (Nguyen, 2025):

$$Y_1^2(z) = \frac{i}{2\pi}\left[\frac{\eta'(z/3)}{\eta(z/3)} + \frac{\eta'\big((z+1)/3\big)}{\eta\big((z+1)/3\big)} + \frac{\eta'\big((z+2)/3\big)}{\eta\big((z+2)/3\big)} - \frac{27\eta'(3z)}{\eta(3z)}\right],$$

$$Y_2^2(z) = \frac{-i}{\pi}\left[\frac{\eta'(z/3)}{\eta(z/3)} + \omega^2\frac{\eta'\big((z+1)/3\big)}{\eta\big((z+1)/3\big)} + \omega\frac{\eta'\big((z+2)/3\big)}{\eta\big((z+2)/3\big)}\right], Y_3^2(z) = \frac{-i}{\pi}\left[\frac{\eta'(z/3)}{\eta(z/3)} + \omega\frac{\eta'\big((z+1)/3\big)}{\eta\big((z+1)/3\big)} + \omega^2\frac{\eta'\big((z+2)/3\big)}{\eta\big((z+2)/3\big)}\right], \quad (10)$$

trong đó chỉ số trên để chỉ trọng số (bằng 2) và $\omega = e^{i2\pi/3}$. Trong phương trình (10), η được gọi là hàm Dedekind eta, là hàm phức tác động lên nửa mặt phẳng trên, thường được xây dựng sẵn (built-in) trong các phần mềm tính số, được cho bởi:

$$\eta(z) = q^{1/24}\prod_{n=1}^{\infty}(1-q^n), \quad q \equiv e^{i2\pi z}, \quad (11)$$

thỏa mãn điều kiện: $\eta\left(\frac{-1}{z}\right) = \sqrt{-iz}\,\eta(z)$,

$$\eta(z+1) = e^{i\pi/12}\,\eta(z).$$

Các modular form $Y_i^2(z)$ $(i = 1,2,3)$ liệt kê ở (10) có thể hợp thành một tam tuyến (**3**) modular (với trọng số bằng 2) như sau:

$$Y_{\mathbf{3}}^2 = (Y_1^2, Y_2^2, Y_3^2)^T.$$

Từ các modular form cơ sở $Y_i^2(z)$, các modular form với trọng số cao hơn có thể được xây dựng, dựa trên các phép nhân các biểu diễn tối giản của nhóm gián đoạn A_4. Trong bài báo này, chúng tôi chỉ quan tâm đến các modular form có liên liên quan cho mục đích nghiên cứu. Cụ thể đó là: hai đơn tuyến **1**, **1**' và một tam tuyến **3** với trọng số bằng 4:

$$Y_{\mathbf{1}}^4 = ((Y_1^2)^2 + 2Y_2^2Y_3^2),$$

$$Y_{\mathbf{1}'}^4 = ((Y_3^2)^2 + 2Y_1^2Y_2^2),$$

$$Y_{\mathbf{3}}^4 = \begin{pmatrix}(Y_1^2)^2 - Y_2^2Y_3^2\\ (Y_3^2)^2 - Y_1^2Y_2^2\\ (Y_2^2)^2 - Y_1^2Y_3^2\end{pmatrix}.$$

Một biểu diễn một chiều **1** và hai biểu diễn ba chiều **3,** với trọng số bằng **6**:

$$Y_{\mathbf{1}}^6 = (Y_1^2)^3 + (Y_2^2)^3 + (Y_3^2)^3 - 3Y_1^2Y_2^2Y_3^2,$$

$$Y_{\mathbf{3},1}^6 = ((Y_1^2)^2 + 2Y_2^2Y_3^2)\begin{pmatrix}Y_1^2\\ Y_2^2\\ Y_3^2\end{pmatrix},$$

$$Y_{\mathbf{3},2}^6 = ((Y_3^2)^2 + 2Y_1^2Y_2^2)\begin{pmatrix}Y_3^2\\ Y_1^2\\ Y_2^2\end{pmatrix}.$$

Ba biểu diễn một chiều **1, 1**' và **1**'' với trọng số bằng 8:

$$Y_{\mathbf{1}}^8 = ((Y_1^2)^2 + 2Y_2^2Y_3^2)^2,$$

$$Y_{\mathbf{1}'}^8 = ((Y_1^2)^2 + 2\,Y_2^2Y_3^2)((Y_3^2)^2 + 2Y_1^2Y_2^2),$$

$$Y_{\mathbf{1}''}^8 = ((Y_3^2)^2 + 2\,Y_1^2Y_2^2)^2.$$

Và cuối cùng là hai biểu diễn một chiều **1, 1**' với trọng số bằng 10:

$$Y_{\mathbf{1}}^{10} = ((Y_1^2)^2 + 2Y_2^2Y_3^2((Y_1^2)^3 + (Y_2^2)^3 + (Y_3^2)^3 - 3Y_1^2Y_2^2Y_3^2),$$

$$Y_{\mathbf{1}'}^{10} = ((Y_3^2)^2 + 2Y_1^2Y_2^2)((Y_1^2)^3 + (Y_2^3)^3 + (Y_3^2)^3 - 3Y_1^2Y_2^2Y_3^2).$$

3.2. Nhóm A_4 modular cho khu vực lepton

Sau khi tổng quan về nhóm đối xứng moduar A_4 được trình bày ở trên, ở đây chúng tôi áp dụng nhóm đối xứng này vào các phổ hạt lepton của mô hình. Trong đó, các siêu trường lepton và các hằng số tương tác Yukawa tương ứng, Y_m^n (là các modular form với trọng số *n* và số chiều biểu diễn là *m*, cũng là hàm của modulus z), được trình bày ở Bảng 1 và Bảng 2. Trong mô hình này, tất cả các trường và các modular form Y_m^n đều là các đơn tuyến **1, 1**' hoặc **1**'' của nhóm A_4 modular, kể cả các lưỡng tuyến lepton phân cực trái l_e, l_μ, l_τ. Mô hình chứa hai lưỡng tuyến Higgs, với trị trung bình chân không (VEV) lần lượt là $< h_u > = \upsilon_u/\sqrt{2}$, $< h_d > = \upsilon_d/\sqrt{2}$. Với $\upsilon_u = \upsilon\sin\beta$, $\upsilon_d = \upsilon\cos\beta$, $\sqrt{\upsilon_u^2 + \upsilon_d^2} = \upsilon = 246$ GeV, trong đó υ là VEV của trường Higgs của SM. Hai lưỡng tuyến Higgs này là đủ để sinh khối lượng cho tất cả các hạt của mô hình. Ở trên, đại lượng $\tan\beta$ là một trong các tham số siêu đối xứng, được cho bởi biểu thức $\tan\beta = \frac{\upsilon_u}{\upsilon_d}$. Ngoài ra, để sinh khối lượng cho các hạt RHN nặng, mô hình cần một flavon với VEV là $< \phi > = \upsilon_\phi$.

Trong mô hình này, cấu trúc hạt và các modular form tương ứng được thiết lập sao cho ma trận khối lượng của các lepton mang điện và của RHN là chéo. Điều này làm cho việc tính toán được đơn giản hóa,

ngoài ra, khi đó ma trận trộn lepton đồng nhất với ma trận trộn neutrino.

Với cấu trúc hạt được cho như trên, siêu thế liên quan đến khối lượng của các lepton mang điện được cho bởi:

$$W_l = \alpha\left(\bar{l}_e H_d e_R\, Y_1^6\right) + \beta\left(\bar{l}_\mu H_d \mu_R\, Y_1^6\right) + \gamma\left(\bar{l}_\tau H_d \tau_R\, Y_1^6\right)$$

$$= H_d\,(\overline{e_L}\quad \overline{\mu_L}\quad \overline{\tau_L})\begin{pmatrix}\alpha Y_1^6 & 0 & 0\\ 0 & \beta Y_1^6 & 0\\ 0 & 0 & \gamma Y_1^6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e_R\\ \mu_R\\ \tau_R\end{pmatrix}. \quad (12)$$

Từ phương trình (12), sau khi thực hiện các phép tính với trung bình chân không của các Higgss, ma trận khối lượng của các lepton mang điện được tìm thấy có dạng chéo như sau:

$$M_l = \langle H_d\rangle\begin{pmatrix}\alpha Y_1^6 & 0 & 0\\ 0 & \beta Y_1^6 & 0\\ 0 & 0 & \gamma Y_1^6\end{pmatrix}$$

$$= \frac{v_d}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\alpha Y_1^6 & 0 & 0\\ 0 & \beta Y_1^6 & 0\\ 0 & 0 & \gamma Y_1^6\end{pmatrix}$$

$$= m_e\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & x_1 m_e & 0\\ 0 & 0 & x_2 m_e\end{pmatrix} \quad (13)$$

với $m_e = \frac{v_d}{\sqrt{2}}\alpha|Y_1^6|$, các hằng số tương tác α, β, γ được xem là thực dương. Khối lượng các lepton mang điện là $m_e = 0{,}511$ MeV, $m_\mu =$ 105,7 MeV and $m_\tau =$ 1776,86 MeV (Esteban et al., 2020) được sử dụng vào phương trình (13), từ đó có thể ước lượng được giá trị của hai tham số x_1 và x_2 như sau: $x_1 = m_\mu/m_e \approx 207$ và $x_2 = m_\tau/m_e \approx 3{,}477$.

Bảng 1. Phổ hạt của mô hình, các tích tương với các nhóm $SU(2)_L, U(1)_Y, A_4$ modular và các trọng số modular tương ứng

Đối xứng	l_e	l_μ	l_τ	e_R	μ_R	τ_R	N_1	N_2	H_u	H_d	ϕ
$SU(2)_L$	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	1
$U(1)_Y$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	1	1	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
A_4	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}'$	$\mathbf{1}''$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}''$	$\mathbf{1}'$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}'$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$-k_I$	-5	-5	-5	-1	-1	-1	-1	-3	0	0	-2

Bảng 2. Bảng các ma trận tương tác Yukawa, đều là các biểu diễn một chiều của đối xứng A_4 modular và tương ứng là các trọng số modular k_Y

Y_m^n	$Y_{\mathbf{1}}^4$	$Y_{\mathbf{1}'}^4$	$Y_{\mathbf{1}}^6$	$Y_{\mathbf{1}}^8$	$Y_{\mathbf{1}'}^8$	$Y_{\mathbf{1}''}^8$	$Y_{\mathbf{1}}^{10}$	$Y_{\mathbf{1}'}^{10}$
A_4	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}'$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}'$	$\mathbf{1}''$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}'$
k_Y	4	4	6	8	8	8	10	10

Siêu thế liên quan đến khu vực neutrino là

$$W_\nu^I = g_1\left(\bar{l}_e H_u N_1\; Y_1^6\right) + g_2\left(\bar{l}_e H_u N_2\; Y_{1''}^8\right) + g_3\left(\bar{l}_\mu H_u N_2\; Y_{1'}^8\right) + g_4\left(\bar{l}_\tau H_u N_2\; Y_1^8\right) + y_{\phi 1}\phi N_1\; N_1\; Y_1^4 + y_{\phi 2}\phi N_2\; N_2\; Y_{1'}^8$$

$$= H_u(\bar{l}_e\quad \bar{l}_\mu\quad \bar{l}_\tau)\begin{pmatrix}g_1 Y_1^6 & g_2 Y_{1''}^8\\ 0 & g_3 Y_{1'}^8\\ 0 & g_4 Y_1^8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}N_1^c\\ N_2^c\end{pmatrix} \quad (14)$$

$$+\left(N_1\quad N_2\right)\begin{pmatrix}y_{\phi 1} v_\phi Y_1^4 & 0\\ 0 & y_{\phi 2} v_\phi Y_{1'}^8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}N_1\\ N_2\end{pmatrix}.$$

Trong đó $g_i (i = 1, 2, 3, 4), g_{\phi i} (i = 1, 2)$ là các hằng số tương tác. Từ phương trình (14), ta tính được ma trận khối lượng neutrino Dirac m_D và ma trận khối lượng Majorana của các RHN M_R như sau:

$$m_D = \frac{v_u}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}g_1 Y_1^6 & g_2 Y_{1''}^8\\ 0 & g_3 Y_{1'}^8\\ 0 & g_4 Y_1^8\end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$M_R = \begin{pmatrix}y_{\phi 1} v_\phi Y_1^4 & 0\\ 0 & y_{\phi 2} v_\phi Y_{1'}^8\end{pmatrix} \equiv M\begin{pmatrix}Y_1^4 & 0\\ 0 & Y_{1'}^8\end{pmatrix}. \quad (16)$$

Ở đây, để cho đơn giản, ta cho $y_{\phi 1} v_\phi = y_{\phi 2} v_\phi = M$ là thang khối lượng của RHN, vì các mudular form Y_m^n có độ lớn cỡ đơn vị. Đến đây, ma trận khối lượng của các neutrino nhẹ tính được từ cơ chế SS:

$$m_{\nu 1} = -m_D M_R^{-1} m_D^T$$

$$m_0\begin{pmatrix} \frac{(g_1Y_1^6)^2}{Y_1^4}+\frac{(g_2Y_{1''}^8)^2}{Y_{1'}^8} & \frac{g_2Y_{1''}^8g_3Y_{1'}^8}{Y_{1'}^8} & \frac{g_2Y_{1''}^8g_4Y_1^8}{Y_{1'}^8} \\ \frac{g_2Y_{1''}^8g_3Y_{1'}^8}{Y_{1'}^8} & \frac{(g_3Y_{1'}^8)^2}{Y_{1'}^8} & \frac{g_3Y_{1'}^8g_4Y_1^8}{Y_{1'}^8} \\ \frac{g_2Y_{1''}^8g_4Y_1^8}{Y_{1'}^8} & \frac{g_3Y_{1'}^8g_4Y_1^8}{Y_{1'}^8} & \frac{(g_4Y_1^8)^2}{Y_{1'}^8} \end{pmatrix}$$

(17)

với $m_0 = \frac{v_u^2}{2M}$ là thang khối lượng neutrino, có thể được ước lượng $m_0 \approx \sqrt{\Delta m_{31}^2} \sim 0{,}05$ eV. Ma trận khối lượng neutrino ở (17) có cột (dòng) thứ hai và thứ ba tỉ lệ nhau với hệ số $g_3\ /g_4$. Với cấu trúc như vậy dẫn đến góc trộn $\theta_{13} = 0^0$, do đó không phù hợp với thực nghiệm được thể hiện ở Bảng 3. Do đó, cấu trúc ma trận khối lượng trên cần được phá vỡ để sinh ma trận trộn phù hợp thực nghiệm. Để đạt được mục tiêu này, mô hình toán tử Weinberg 5 chiều (Weinberg dimension-5 operator) được bổ sung vào để sinh khối lượng neutrino, xuất phát từ siêu thế:

$$W_\nu^{II} = \frac{1}{\Lambda}\big[a_1Y_1^{10}\bar{l}_eH_u\bar{H}_ul_e + a_2Y_{1'}^{10}(\bar{l}_eH_u\bar{H}_ul_\tau + \bar{l}_\tau H_u\bar{H}_ul_e) + a_3Y_{1'}^{10}\bar{l}_\mu H_u\bar{H}_ul_\mu + a_4Y_1^{10}(\bar{l}_\mu H_u\bar{H}_ul_\tau + \bar{l}_\tau H_u\bar{H}_ul_\mu)\big]$$

$$= H_u^2\begin{pmatrix}\bar{l}_e & \bar{l}_\mu & \bar{l}_\tau\end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1Y_1^{10} & 0 & a_2Y_{1'}^{10} \\ 0 & a_3Y_{1'}^{10} & a_4Y_1^{10} \\ a_2Y_{1'}^{10} & a_4Y_1^{10} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix} l_e \\ l_\mu \\ l_\tau\end{pmatrix}.$$

Từ đây ta rút ra đóng góp vào ma trận khối lượng neutrino từ toán tử Weinberg 5 chiều như sau:

$$m_{\nu 2} = \frac{v_u^2}{\Lambda}\begin{pmatrix} a_1Y_1^{10} & 0 & a_2Y_{1'}^{10} \\ 0 & a_3Y_{1'}^{10} & a_4Y_1^{10} \\ a_2Y_{1'}^{10} & a_4Y_1^{10} & 0\end{pmatrix}$$

$$\equiv m_0\begin{pmatrix} a_1Y_1^{10} & 0 & a_2Y_{1'}^{10} \\ 0 & a_3Y_{1'}^{10} & a_4Y_1^{10} \\ a_2Y_{1'}^{10} & a_4Y_1^{10} & 0\end{pmatrix} \quad (18)$$

Một lần nữa, m_0 là thang khối lượng neutrino, giống như trên. Chú ý rằng, ở hai phương trình (17) và (18), các tham số a_i, g_i và Y_n^m có giá trị cỡ đơn vị, do đó hệ số của ma trận khối lượng $m_{\nu 1}, m_{\nu 2}$ có thể lấy xấp xỉ thang khối lượng neutrino nhẹ, m_0. Với sự đóng góp này, ma trận khối lượng neutrino toàn phần lúc này là:

$$\boldsymbol{m_\nu = m_{\nu 1} + m_{\nu 2}}. \quad \textbf{(19)}$$

Để tìm các miền giá trị của các tham số của mô hình (ở hai phương trình (17) và (18)), sao cho các giá trị tiên đoán cho khu vực neutrino phù hợp với dữ liệu thí nghiệm, trước hết cần thực hiện chéo hóa ma trận m_ν để rút ra các trạng thái riêng vật lý của các neutrino. Tuy nhiên, để đơn giản hóa việc tính toán, ma trận Hermite $m_\nu m_\nu^\dagger$ được chéo hóa như sau:

$$U_\nu^\dagger(m_\nu m_\nu^\dagger)U_\nu = \text{Diag.}(m_1^2, m_2^2, m_3^2). \quad (20)$$

Từ đây, ta nhận được ma trận trộn lepton là $U_{PMNS} = U_\nu$.

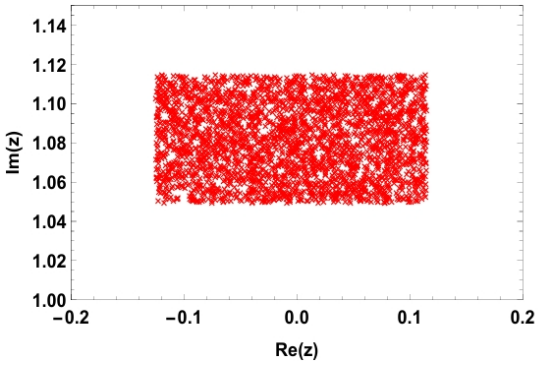
Bảng 3. Bảng số liệu thí nghiệm về khối lượng neutrino và các góc trộn lepton cho trường hợp phân bậc tự nhiên của khối lượng các neutrino

	Best fit	3σ
$\sin^2\theta_{12}$	0,304	0,269 – 0,343
$\sin^2\theta_{13}$	0,02219	0,02032 – 0,02410
$\sin^2\theta_{23}$	0,573	0,415 – 0,616
$\boldsymbol{\delta}\ [^0]$	197	120 – 369
$\boldsymbol{\Delta m_{21}^2[10^{-5}eV^2]}$	7,42	6,82 – 8,04
$\boldsymbol{\Delta m_{31}^2[10^{-3}eV^2]}$	2,517	2,435 – 2,598

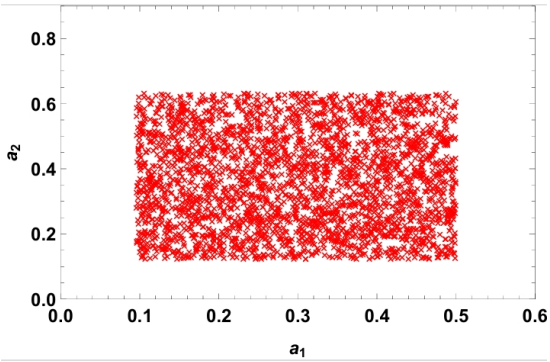
(Nguồn: Esteban et al., 2019)

Ma trận khối lượng neutrino ở phương trình (19), phụ thuộc và 10 tham số (thực dương) là $\boldsymbol{g_i(i = 1,2,3,4)}$, $\boldsymbol{a_i(i = 1,2,3,4)}$ và $\boldsymbol{Re[z], Im[z]}$. Sử dụng dữ liệu thí nghiệm độ tin cậy $\boldsymbol{3\sigma}$ cho ở Bảng 3 vào biểu thức (19), cụ thể là các biểu thức (17) và (18), ta có thể tính được các miền giá trị của các tham số của mô hình (của khu vực neutrino) và được trình bày ở các hình vẽ bên dưới.

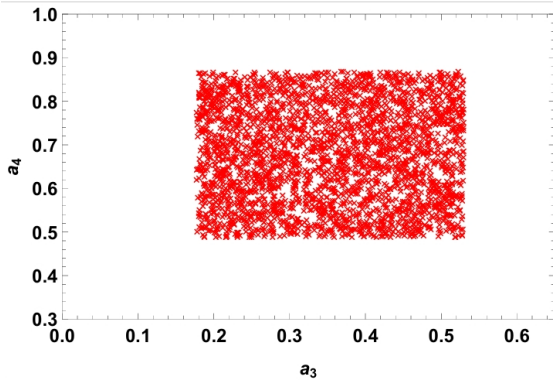
Kết quả thể hiện ở Hình 1 cho thấy các miền giá trị của hai tham số $\mathbf{Re(\tau)}$ và $\mathbf{Im(\tau)}$, đó là $\boldsymbol{-0,12 \le \mathrm{Re}(z) \le 0,12}$, 1,05≤ $\boldsymbol{\mathrm{Im}(z) \le 1,12}$.



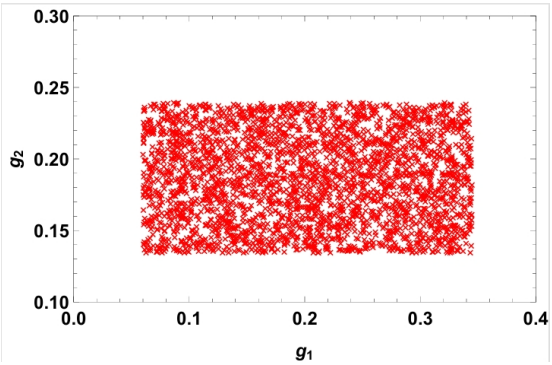
Hình 1. Miền giá trị của $\mathbf{Re(z)}$ và $\mathbf{Im(z)}$, là phần thực và phần ảo của modulus z



Hình 2. Miền giá trị của hai tham số $a_1$và a_2 của mô hình

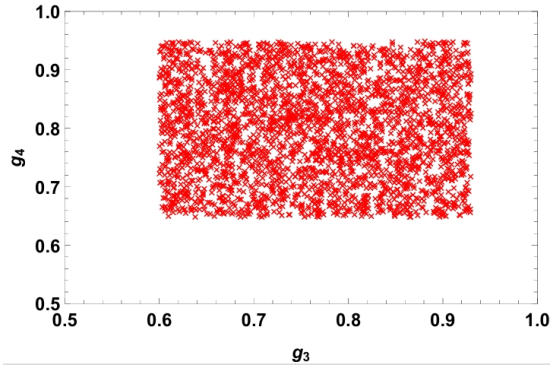


Hình 3. Miền giá trị của hai tham số a_3 và a_4



Hình 4. Miền giá trị của hai tham số $g_1$và g_2

Kết quả được thể hiện ở Hình 2 đến Hình 5 cho thấy miền giá trị cho phép của a_i và g_i. Có thể thấy được miền giá trị cho phép của các tham số a_i và g_i lượt là: $0{,}09 \le a_1 \le 0{,}51$, $0{,}10 \le a_2 \le 0{,}65$, $0{,}18 \le a_3 \le 0{,}55$, $0{,}50 \le a_4 \le 0{,}88$, $0{,}15 \le g_1 \le 0{,}35$, $0{,}13 \le g_2 \le 0{,}24$, $0{,}60 \le g_3 \le 0{,}94$ và $0{,}65 \le g_4 \le 0{,}95$.



Hình 5. Miền giá trị của hai tham số g_3 và g_4

Như vậy, đến đây mô hình đối xứng A_4 modular đã được xây dựng thành công. Thông qua việc tính số, chúng tôi thấy rằng mô hình nghiên cứu đã giải thích thỏa đáng các dữ liệu thực nghiệm, bao gồm khối lượng các lepton mang điện; khối lượng và các tham số trộn của các neutrino. Cũng thông qua tính sối, các miền giá trị của các tham số của mô hình cũng được tìm thấy. Tiếp theo sau đây, quá trình leptogenesis sẽ được khảo sát để đánh gía khả năng của mô hình trong giải thích số liệu quan sát thực nghiệm về bất đối xứng vật chất – phản vật chất của Vũ trụ.

4. LEPTOGENESIS

Để nghiên cứu quá trình sinh số lepton (còn gọi là quá trình) leptogenesis do quá trình phân rã vi phạm CP của các RHN, trước tiên, ma trận khối lượng M_R cần được chéo hóa để đưa các RHN về các trạng thái riêng vật lý:

$$U_R^\dagger M_R U_R^* = \text{Diag.}\,(M_1, M_2), \qquad (21)$$

trong đó

$$U_R = \begin{pmatrix} e^{i(\varphi_2-\varphi_1)/2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (22)$$

với $M_1 = M|Y_1^4|$, $M_2 = M|Y_{1'}^8|$ và $\varphi_1 = Arg[Y_1^4]$, $\varphi_2 = Arg[Y_{1'}^8]$. Từ đây, đẽ dàng nhận thấy các khối lượng M_1, M_2 phụ thuộc chủ đạo vào tham số z, bởi vì bậc khối lượng của các neutrino nặng phân cực phải, Λ, được chọn theo mục đích vật lý khi xây dựng mô hình. Ngoài ra, giả sử rằng $M_1 \approx M_2$, dẫn đến leptogenesis nhận đóng góp từ phân rã của cả hai thế hệ RHN. Ngoài, khi làm việc trong hệ cơ sở để mà các lepton mang điện và các neutrino nặng phân cực phải ở các trạng thái vật lý (tức là M_l and M_R là chéo và thực) thì ma trận tương tác Yukawa của neutrino Dirac biến đổi như sau: $Y_\nu \to \tilde{Y}_\nu = U_l^\dagger Y_\nu U_R^*$, trong đó $Y_\nu = \sqrt{2}m_D/v_u$ và ở

nghiên cứu này, như đã chỉ ra bên trên, U_l là ma trận đơn vị.

Quá trình sinh lepton (leptogenesis) khởi phát bằng quá trình phân rã bất đối xứng CP của các neutrino nặng phân cực phải. Thông qua đó, số lepton và số phản lepton được sinh ra là không bằng nhau, ta nói bất đối xứng lepton (lepton asymmetry) được hình thành. Nếu quá trình rã của các neutrino phân cực phải diễn ra khi Vũ trụ có nhiệt độ vào cỡ $T \sim M > (1+\tan^2\beta)\cdot 10^{12}$ GeV thì sản phẩm phân rã ra các thể hệ lepton khác nhau là như nhau, người ta gọi trường hợp này là leptogenesis phổ quát (conventional leptogenesis) (Ahn, 2010). Nếu khối lượng của các neutrino phân cực phải thỏa $M \leq (1+\tan^2\beta)\cdot 10^{12}$GeV thì quá trình rã ra các lepton thế hệ khác nhau sẽ cho đóng góp khác nhau vào bất đối xứng lepton, khi đó ta có leptogenesi có tính hương vị (flavored leptogenesis). Nếu điều kiện này xảy ra, như trong bài báo này, thì bất đối xứng CP được tạo ra do quá trình rã của neutrino phân cực phai thứ i được cho như sau (Nguyen, 2014):

$$\varepsilon_i^\alpha = \frac{1}{8\pi H_{ii}} Im[\, H_{ij}(\tilde{Y})^*_{i\alpha}(\tilde{Y})_{j\alpha}]\, g\left(\frac{M_j^2}{M_i^2}\right), \qquad (23)$$

với $\boldsymbol{i \neq j}$, và $\boldsymbol{H = \tilde{Y}_\nu^\dagger \tilde{Y}_\nu}$. Hàm $\boldsymbol{g(x)}$ được là các đóng góp từ các giản đồ một vòng vào $\boldsymbol{\varepsilon_i^\alpha}$, tính được như sau:

$$\boldsymbol{g\left(\frac{M_j^2}{M_i^2}\right) \equiv g_{ij}(x) = \sqrt{x}\left(\frac{2}{1-x} - ln\frac{1+x}{x}\right)}. \qquad (24)$$

Bên cạnh bất đối xứng CP ε_i^α, để tìm được bất đối xứng vật chất – phản vật chất, chúng ta cần phải quan tâm đến các tác động suy giảm ε_i^α từ sự phân rã ngược của các neutrino phân cực phải thứ *i* ra lepton thế hệ α (α = e, μ, τ). Sự đóng góp này được đặc trưng tham số suy giảm (washout parameter) K_i^α. Tham số K_i^α tính được được như dưới đây (Nguyen, 2014):

$$\boldsymbol{K_i^\alpha = \frac{\Gamma_i^\alpha}{H(M_i)} = \frac{\tilde{m}_i^\alpha}{m_*}}, \qquad (23)$$

trong đó: $\boldsymbol{\tilde{m}_i^\alpha}$ được định nghĩa $\boldsymbol{\tilde{m}_i^\alpha = \frac{v_u^2(\tilde{Y}_\nu)_{i\alpha}(\tilde{Y}_\nu^\dagger)_{i\alpha}}{M_i}}$ với $\boldsymbol{m_*}$ **là** khối lượng hiệu dụng được cho bởi biểu thức $\boldsymbol{m_* = \frac{16\pi^{5/2}}{3\sqrt{5}}\sqrt{g_*}\frac{v_u^2}{M_{Planck}}}$,

$\boldsymbol{M_{Planck} = 1,22.10^{19}}$GeV là khối lượng Planck.

Γ_i^αlà tốc độ rã riêng của kênh rã $N_i \to l^\alpha \varphi^\dagger$, $H(M_i)$ được gọi là hằng số Hubble và cuối cùng, g_* =288,75 là số bậc tự do hiệu dụng của mô hình khi nhiệt độ Vũ trụ vào cỡ $T = M_i$.

Đến đây, bất đối xứng CP do phân rã của neutrino phân cực phải N_i là ε_i^α và tham số suy giảm K_i^α đã được chỉ ra. Từ đây giá trị tiên đoán của mô hình cho bất đối xứng baryon cho trường hợp khối lượng của RHN thỏa $M \leq (1+\tan^2\beta)\cdot 10^9$GeV được tính bằng công thức (Nguyen, 2014):

$$\eta_B \simeq -10^{-2}\sum_{N_i}\left[\varepsilon_i^e\kappa_i^e\left(\frac{93}{110}K_i^e\right) + \varepsilon_i^\mu\kappa_i^\mu\left(\frac{19}{30}K_i^\mu\right) + \varepsilon_i^\tau\kappa_i^\tau\left(\frac{19}{30}K_i^\tau\right)\right]. \quad (24)$$

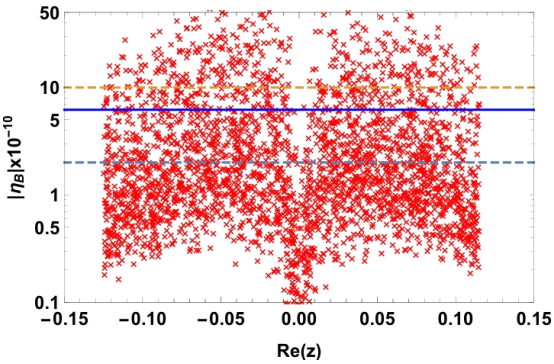
Còn trong trường M thỏa điều kiện $(1+\tan^2\beta)\cdot 10^9$GeV $\leq M \leq (1+\tan^2\beta)\cdot 10^{12}$ GeV thì:

$$\boldsymbol{\eta_B \simeq -10^{-2}\sum_{N_i}\left[\varepsilon_i^2\kappa_i^2\left(\frac{541}{761}K_i^2\right) + \varepsilon_i^\tau\kappa_i^\tau\left(\frac{494}{761}K_i^\tau\right)\right]} \quad (25)\,.$$

Trong phương trình (25), các tham số được cho bởi

$\boldsymbol{\varepsilon_i^2 = \varepsilon_i^e + \varepsilon_i^\mu}$ **and** $\boldsymbol{K_i^2 = K_i^e + K_i^\mu}$. Ở hai công thức (24) và (25), hệ số $\boldsymbol{\kappa_i^\alpha}$ được định nghĩa:

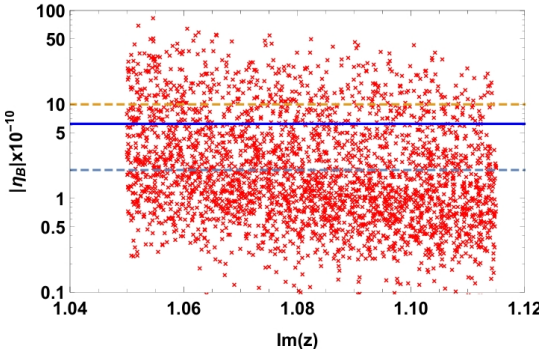
$$\kappa_i^\alpha \simeq \left(\frac{8.25}{K_i^\alpha} + \left(\frac{K_i^\alpha}{0.2}\right)^{1.16}\right)^{-1}. \qquad (26)$$



Hình 6. Giá trị của BAU, η_B, tính toán bởi mô hình biểu diễn theo phần thực Re(z)

Đến đây, các dữ kiện phục vụ cho tính số bất đối xứng baryon BAU, $\boldsymbol{\eta_B}$, đã được chuẩn bị đầy đủ. Miền giá trị của các tham số của mô hình đã tính tìm mục 3 sẽ được vận dụng cho việc tính số. Như trình bày ở trên, bất đối xứng baryon, hay nói cách khác là của BAU trong nghiên cứu này, có sự góp phần của cả hai thế hệ neutrino phân cực phải, $\boldsymbol{N_1}$ và $\boldsymbol{N_2}$. Các giá trị của $\boldsymbol{\eta_B}$ tính toán từ mô hình được trình bày trên Hình 6 và Hình 7, tương ứng theo Re(z) và Im(z), là phần thực và ảo của *z*. Trong đó thang khối lượng của các neutrino phân cực phải đã chọn là $\boldsymbol{M = 10^{10}}$ GeV, tham số siêu đối xứng đã dùng là $\boldsymbol{\tan\beta = 30}$. Trong các hình vẽ này, đường nằm ngang, đứt nét là giới hạn của số liệu thực nghiệm

về đọ lớn của BAU, $\mathbf{2 \cdot 10^{-10} \leq \eta_B \leq 10^{-9}}$ (Fields et al., 2020). Đường màu xanh liền nét là giá trị trung bình thống kê (the best fit value) của BAU, $\boldsymbol{\eta_B = 6.2 \cdot 10^{-10}}$.



Hình 7. Giá trị của BAU, η_B, tính toán bởi mô hình biểu diễn theo phần ảo $\mathrm{Im}(z)$

Với các kết quả số biểu diễn trên Hình 6 và Hình 7, có thể nhận định được rằng, mô hình nghiên cứu, thông qua quá trình leptogenesis của sự phân rã của các neutrino phân cực phải, đã giải thích thành công bất đối xứng bảyon của Vũ trụ. Trong đó, các neutrino phân cực phải có khối lượng vào khoảng $\mathbf{10^{10}}$ GeV hoặc lớn hơn.

5. KẾT LUẬN

Các mô hình đối xứng gián đoạn đã rất thành công trong giải thích cấu trúc trộn của các lepton, tuy nhiên lớp mô hình này còn điểm hạn chế là khó kiểm chứng bằng thực nghiệm và có quá nhiều số hạng tự do. Để khắc phục hạn chế này, lớp các mô hình chuẩn mở rộng bằng bằng các nhóm đối xứng modular được quan tâm nghiên cứu trong thời gian gần đây. Trong bài báo này chúng tôi nghiên cứu một phân bản theo hướng nghiên cứu đối xứng modular, mà cụ thể là đối xứng A_4 modular, trong phiên bản siêu đối xứng tối thiểu đồng hành với công thức SS tối thiểu, giới hạn cho các hạt lepton. Mô hình sử dụng trong công trình này đã giải thich thỏa đáng số liệu thí nghiệm về các lepton, ở mức độ 3σ. Từ đó, không gian tham số của mô hình nghiên cứu cũng đã được tính. Với không gian tham số này, quá trình leptogenesis có tính đến sự đóng góp riêng biệt các lepton thế hệ trong quá trình phân rã của RHN được khảo sát nhằm tính bất đối xứng baryon, BAU. Với khối lượng các neutrino phân cực phải lớn hơn hoặc bằng 10^{10} GeV, tham số $\tan\beta = 30$, mô hình cho cho giá trị tiên đoán của η_B phù hợp với quan sát thực nghiệm. Ở nghiên cứu này, chúng tôi thực hiện tính toán cho trường hợp phân bậc tự nhiên trong khối lượng của những neutrino nhẹ. Đối với trường hợp các neutrino nhẹ có khối lượng tuân theo phân bậc nghịch, chúng ta hoàn toàn có thể nghiên cứu tương tự.

TÀI LIỆU THAM KHẢO (REFERENCES)

Aghanim N, Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C.,... (2020).

Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. Astronomy & Astrophys. https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910

Ahn, Y. H., Kang, S. K., Kim, C. S., & Nguyen, T. Phong. (2010). Direct link between neutrinoless double beta decay and leptogenesis in a seesaw model with *S*4 symmetry. *Phys. Rev. D 82*(9), 093005. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.093005

Bazzocchi, F., & Morisi, S. (2009). S_4 as a natural flavor symmetry for lepton mixing. *Phys. Rev. D 80*(9), 096005. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.096005

Esteban, I., Gonzalez-Garcia, M. C., Maltoni, M.,

Schwetz, T., & Zhou A. (2020). The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations. *J. High Energ. Phys.* 09(2020), 178. https://doi.org/10.1007/JHEP09(2020)178

Fields, B. D., Olive, K. A., Yeh, T.-H., & Young, C. (2020). Big-Bang Nucleosynthesis after Planck. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics,* 03(2020), 010. https://doi.org/10.1088/1475-7516/2020/03/010

Fukugita, M., & Yanagida, T. (1986). Barygenesis without grand unification. *Phys. Lett. B 174*(1), 45-47. https://doi.org/10.1016/0370-2693(86)91126-3

Ferruccio, F. (2017). *Are neutrino masses modular forms*?. World Scientific Connect. https://doi.org/10.1142/9789813238053_0012

Feruglio, F., Hagedorn, M., Lin, Y., & Merlo, L. (2007). Tri-bimaximal neutrino mixing and quark masses from a discrete flavour symmetry. *Nucl. Phys. B, 775*(1-2), 120-142. https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2007.04.002

Le, T. H., Nguyen, T. P., & Tran, D. T. (2019). *Discrete symmetries and application to particle physics*. Vietnam National University Publishing House *(in Vietnamese)*.

Minkowski, P. (1977). μ→eγ at a rate of one out of 109 muon decays. *Phys. Lett. B 67*(4), 421-428. https://doi.org/10.1016/0370-2693(77)90435-X

Mohapatra, R. N., Nasri, S., & Yu, H. B. (2006). S_3 symmetry and tri-bimaximal mixing. *Phys. Lett. B 639*(3-4), 318-321. https://doi.org/10.1016/j.physletb.2006.06.032

Nguyen, H. P. T. (2025). *A4 Modular Symmetry Model and Leptogenesis* (Master's thesis). Can Tho University (*in Vietnamese*).

Nguyen, T. Phong, Le, T. H., Dang, T. S., & Truong, T. T. (2020). CP violations in a predictive A_4 symmetry model. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, Volume 2020, 3, 033B04. https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa007

Nguyen, T. P. (2014). *Neutrino and Baryon Asymmetry of the Universe.* Vietnam National University Publishing House (*in Vietnamese*).

Weinberg, S. (1993). *The First Three Minutes: A Modern View Of The Origin Of The Universe*, (2nd ed.). Basic Books. ISBN 0-465-02437-8.