Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ
Phần A: Khoa học Tự nhiên, Công nghệ và Môi trường
website: sj.ctu.edu.vn

DOI:10.22144/ctu.jvn.2017.139

CẢI TIẾN PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH THỨ BẬC SỬ DỤNG THUYẾT DEMPSTER-SHAFER

Phạm Minh Đương[1], Nguyễn Văn Hiệu[2] và Trương Quốc Định[3]

[1]*Khoa Kỹ thuật và Công nghệ, Trường Đại học Trà Vinh*
[2]*Khoa Công nghệ Thông tin, Trường Đại học Bách Khoa, Đại học Đà Nẵng*
[3]*Khoa Công nghệ Thông tin và Truyền thông, Trường Đại học Cần Thơ*

Thông tin chung:
Ngày nhận bài: 13/05/2017
Ngày nhận bài sửa: 25/09/2017
Ngày duyệt đăng: 29/11/2017

Title:
A modification of the AHP method in the framework of theory Dempster - Shafer

Từ khóa:
Chiến lược Maximin, phương pháp ra quyết định, phương pháp AHP, quy hoạch tuyến tính, thuyết Dempster - Shafer

Keywords:
Analytic hierarchy process, decision making method, linear programming, maximin strategy, theory Dempster - Shafer

ABSTRACT

The Analytic Hierarchy Process of Thomas Saaty plays a very important role in information processing to make selection decisions and to decide the best and most reasonable course of action. However, this method cannot be used in many cases where the expert judgments concerning the criteria are imprecise and incomplete. This paper proposes a method for improving the Analytic Hierarchy of Thomas Saaty. The proposes method also uses group of experts for comparing alternatives and criteria. However, it does not require assigning favorability values for different groups of decision alternatives and criteria. In addition, it uses the Maximin approach for combining the criteria. Efficient algorithms are developed for computing the optimal solution. The main results of this research are explained and illustrated by nummerical examples.

TÓM TẮT

Phương pháp phân tích thứ bậc của Thomas Saaty có nhiệm vụ rất quan trọng trong việc xử lý thông tin để đưa ra quyết định lựa chọn, các phương án hành động tốt nhất, hợp lý nhất. Tuy nhiên, phương pháp này không thể sử dụng trong nhiều trường hợp khi sự đánh giá của chuyên gia về các tiêu chí là không chính xác và không đầy đủ. Bài báo đề xuất một phương pháp cải tiến phương pháp phân tích thứ bậc của Thomas Saaty. Phương pháp cải tiến đề xuất sử dụng nhóm chuyên gia để thực hiện sự đánh giá các tiêu chí và các phương án. Phương pháp cải tiến không yêu cầu nhóm chuyên gia đưa ra giá trị đánh giá cụ thể về các tiêu chí và các phương án. Ngoài ra, phương pháp cải tiến còn sử dụng chiến lược Maximin để kết hợp các tiêu chí. Thuật toán hiệu quả được xây dựng để tìm phương án tối ưu. Kết quả nghiên cứu được giải thích và làm rõ thông qua ví dụ minh họa.

Trích dẫn: Phạm Minh Đương, Nguyễn Văn Hiệu và Trương Quốc Định, 2017. Cải tiến phương pháp phân tích thứ bậc sử dụng thuyết Dempster-Shafer. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ. 53a: 38-43.

1 GIỚI THIỆU

Phương pháp ra quyết định đa mục tiêu có nhiệm vụ rất quan trọng trong việc xử lý thông tin để đưa ra quyết định lựa chọn phương án hành động tốt nhất, hợp lý nhất. Tuy nhiên, không một phương pháp nào có thể tổng quát tới mức tính đến tất cả các khía cạnh của bài toán thực tiễn, cũng như việc đánh giá được chính xác phương án hành động nào là hợp lý nhất. Năm 1970, Thomas Saaty đã đưa ra phương pháp phân tích thứ bậc để giải quyết bài toán ra quyết định đa mục tiêu và từ đó đến nay việc ứng dụng phương pháp này đã trở nên phổ biến và được ứng dụng vào nhiều lĩnh vực. Tuy nhiên, phương pháp phân tích thứ bậc còn chứa 2 nhược điểm: thứ nhất là cần xây dựng một số lượng lớn các ma trận so sánh, thứ hai là không cho phép tính chất không xác định của dữ liệu ban đầu. Ngoài ra, phương pháp còn sử dụng chập tuyến tính để kết hợp các tiêu chí, điều này sẽ dẫn đến kết quả không đúng trong một vài trường hợp theo tài liệu của (Utkin and Nguyen, 2008).

Để khắc phục những nhược điểm nêu trên, nghiên cứu của (Beynon, 2002; Noghin, 2007; Utkin and Nguyen, 2008) đã đề cập tới một số phương pháp cải tiến. Nhìn chung, các phương pháp cải tiến đều định hướng làm giảm nhược điểm thứ hai bằng cách sử dụng nhóm chuyên gia. Một phương pháp nổi bật của định hướng này là phương pháp phân tích thứ bậc với sự trợ giúp của thuyết Dempster - Shafer (kí hiệu là DS/AHP). Phương pháp này đã khắc phục một phần hạn chế của phương pháp phân tích thứ bậc, nhưng chỉ dừng lại ở mức giải pháp.

Vì vậy, bài báo đề xuất một phương pháp cải tiến mới ra quyết định đa mục tiêu trên cơ sở phương pháp phân tích thứ bậc, một mặt là làm tổng quát phương pháp DS/AHP và mặt khác khắc phục các hạn chế còn tồn tại trong phương pháp DS/AHP.

2 THUYẾT DEMPSTER SHAFER

Cho Ω là tập vũ trụ. Giả sử để có thông tin về một đối tượng thuộc tập vũ trụ, sử dụng N phép quan sát (hay N phép đo). Giả thiết rằng, kết quả của phép quan sát hay phép đo là không chính xác, có nghĩa là đối tượng quan sát được rơi vào một tập con nào đó của tập vũ trụ Ω. Đặt $\mathcal{P}o(\Omega)$ là tập tất cả các tập con của Ω. *Hàm tần suất* m gọi là *xác suất cơ sở (basic probability)* được định nghĩa (Beynon *et al*., 2000; Beynon, 2002) như sau:

$$m: \mathcal{P}o(\Omega) \to [0,1],$$
$$m(\varnothing) = 0, \sum_{B_i \in \mathcal{P}o(\Omega)} m(B_i) = 1.$$

Chú ý rằng, hàm tần suất có miền xác định khác với *hàm xác suất.* Theo (Dempster, 1967; Beynon *et al*., 2000; Beynon, 2002), hàm tần suất của sự kiện $B_i \subseteq \mathcal{P}o(\Omega)$ (tập B_i) được định nghĩa:

$$m(B_i) = c_i / N,$$

với c_i là số tập B_i quan sát được.

Tiếp tục định nghĩa hàm niềm tin (belief function) và hàm thừa nhận (probability function) của tập (sự kiện) $B \subseteq \mathcal{P}o(\Omega)$. *Kí hiệu hàm niềm tin và hàm thừa nhận của tập B tương ứng là* $\mathbf{Bel}(B)$, $\mathbf{Pl}(B)$. Theo nghiên cứu (Dempster, 1967; Beynon et al., 2000; Beynon, 2002), hai hàm này được định nghĩa:

$$\mathbf{Bel}(B) = \sum_{B_i \,:\, B_i \subseteq B} m(B_i),\ \mathbf{Pl}(B) = \sum_{B_i \,:\, B_i \cap B \neq \varnothing} m(B_i).$$

Nếu kí hiệu $\Pr(B)$ là *hàm xác suất của sự kiện B*, thì (Dempster, 1967; Beynon *et al*., 2000; Beynon, 2002,) *hàm niềm tin và hàm thừa nhận* của sự kiện B có ý nghĩa như là hàm chặn dưới và hàm chặn trên của hàm xác suất sự kiện B, tức là:

$$\mathbf{Bel}(B) \le \Pr(B) \le \mathbf{Pl}(B).$$

3 PHƯƠNG PHÁP ĐỀ XUẤT

3.1 Thông tin không đầy đủ về các tiêu chí và các phương án

Phương pháp DS/AHP đóng vai trò rất lớn trong việc giải bài toán ra quyết định đa mục tiêu. Tuy nhiên, phương pháp này còn có một số nhược điểm đã được đề cập ở phần giới thiệu. Nhược điểm đầu tiên là sẽ khó khăn để đưa ra giá trị cụ thể cho phương án yêu thích. Nhược điểm thứ hai là thủ tục xây dựng ma trận so sánh từng cặp trong phương pháp phân tích thứ bậc vẫn chưa được giải quyết ở mức tiêu chí. Vì vậy, bài báo đề xuất mở rộng phương pháp DS/AHP và xác định nhóm tiêu chí quan trọng nhất từ tập các tiêu chí. Hơn nữa, phương pháp được đề xuất sử dụng so sánh dạng "yêu thích nhất" đối với nhóm phương án.

Kí hiệu: $\mathbb{A} = \{A_1, ..., A_n\}$ là tập các phương án được hình thành từ n phương án. $\mathcal{P}o(\mathbb{A}) = (B_1, B_2, ..., B_{2^n-1})$ là tập tất cả các tập con của $\mathbb{A}$ (không tính tập rỗng). $\mathbb{C} = \{C_1, ..., C_r\}$ là tập các tiêu chí được hình thành từ r tiêu chí. $\mathcal{P}o(\mathbb{C}) = (D_1, D_2, ..., D_{2^r-1})$ là tập tất cả các tập con của $\mathbb{C}$ (không tính tập rỗng).

Sự khảo sát và đánh giá ý kiến các chuyên gia về nhóm tiêu chí và nhóm phương án là một thủ tục bao gồm hai bước:

Bước 1: Mỗi chuyên gia chọn một nhóm tiêu chí được xem là quan trọng nhất ứng với sự lựa chọn đó và bổ sung giá trị "1" vào nhóm tiêu chí mà chuyên gia đã chọn. Việc làm này được lặp lại với tất cả các chuyên gia. Nếu N_c là tổng số chuyên gia được mời tới để tham gia đánh giá, thì hàm tần suất của nhóm tiêu chí $\mathcal{D}_i \subseteq \mathcal{P}o(\mathbb{C})$ được định nghĩa: $m(D_i) = c_i / N_c$ (Bảng 3) với $N_c = \sum_{i=1}^{2^r-1} c_i^{(k)}$.

Bước 2: Ứng với mỗi tiêu chí đã chọn C_j, mỗi chuyên gia chọn một nhóm phương án được xem là yêu thích nhất ứng với sự lựa chọn đó và bổ sung giá trị "1" vào nhóm phương án ứng với tiêu chí đã chọn. Sau khi khảo sát với các chuyên gia ứng với tiêu chí C_j, kết quả sẽ thu được một dãy các số nguyên $a_1^{(j)}, a_2^{(j)}, ..., a_{2^n-1}^{(j)}$ tương ứng với kết quả đánh giá yêu thích nhất của các nhóm giải pháp $B_1, B_2, ..., B_{2^n-1}$. Thủ tục này được lặp lại với tất cả các tiêu chí đơn. Nếu $N_A^{(j)}$ là tổng số chuyên gia đánh giá nhóm phương án ứng với tiêu chí cho trước C_j, thì hàm tần suất của nhóm phương án $B_i \subseteq \mathcal{P}o(\mathbb{A})$ ứng với tiêu chí C_j được định nghĩa: $m(B_i \mid C_j) = a_i^{(j)} / N_A^{(j)}$ (Bảng 4) với $N_A^{(j)} = \sum_{i=1}^{2^n-1} a_i^{(j)}$.

Để nhận thấy bản chất của thủ tục một cách rõ ràng hơn, cùng xét ví dụ lựa chọn một trang web thương mại điện tử tốt nhất (Bộ Khoa học và Công nghệ, 2008). Để đơn giản, ví dụ chỉ sử dụng hai tiêu chí: tiêu chí thứ nhất – *công nghệ* được sử dụng để đánh giá mức độ khả thi của trang web, kí hiệu C_1; tiêu chí thứ hai – *nội dung* được xác định bởi sự đa dạng và độ tin cậy thông tin, kí hiệu C_2.

Có ba trang web, kí hiệu A_1, A_2, A_3 được đề xuất để chọn một trang web cho là tốt nhất. Nhóm chuyên gia được mời tới gồm 10 thành viên. Kết quả sau khi thảo luận đối với nhóm tiêu chí như sau: Có 5 chuyên gia đã chọn $D_1 = \{C_1\}$ là tiêu chí quan trọng nhất, 2 chuyên gia đã chọn $D_2 = \{C_2\}$ là tiêu chí quan trọng nhất và 3 chuyên gia khó khăn khi đưa ra lựa chọn hoặc không lựa chọn, có nghĩa là 3 chuyên gia tư vấn đó đã chọn $D_3 = \{C_1, C_2\}$ (Bảng 1).

Bảng 1: Kết quả thống kê đánh giá về nhóm tiêu chí

	C_1	C_2	$\{C_1, C_2\}$
	D_1	D_2	D_3
c_i	5	2	3

Tiếp tục khảo sát phương án yêu thích nhất ứng với từng tiêu chí và có kết quả thống kê trong Bảng 2.

Bảng 2: Kết quả thống kê đánh giá nhóm phương án ứng với từng tiêu chí

	A_1	A_2	A_3	A_1A_2	A_1A_3	A_2A_3	$A_1A_2A_3$
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
$a_i^{(1)}$	3	2	2	3	0	0	0
$a_i^{(2)}$	1	0	3	1	2	3	0

Sau khi có kết quả đánh giá nhóm tiêu chí, sử dụng thuyết Dempster - Shafer để đi tính hàm tần suất, hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm tiêu chí D_i (Bảng 3).

Bảng 3: Kết quả hàm tần suất, hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm tiêu chí

	D_1	D_2	D_3
$m(D_i)$	0,5	0,2	0,3
$Bel(D_i)$	0,5	0,2	1
$Pl(D_i)$	0,8	0,5	1

Tương tự, sau khi có kết quả đánh giá nhóm phương án ứng với từng tiêu chí, chúng sử dụng thuyết Dempster - Shafer để đi tính hàm tần suất, hàm niềm tin ($\mathbf{Bel}_j(B_i)$) và hàm thừa nhận ($\mathbf{Pl}_j(B_i)$) của nhóm phương án B_i nào đó ứng với tiêu chí đã cho C_j (Bảng 4).

Bảng 4: Kết quả hàm tần suất, hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm phương án ứng với tiêu chí đã cho

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
$m(B_i \mid C_1)$	0,3	0,2	0,2	0,3	0	0	0
$\mathbf{Bel}_1(B_k)$	0,3	0,2	0,2	0,8	0,5	0,4	1
$\mathbf{Pl}_1(B_k)$	0,6	0,5	0,2	0,8	0,5	0,4	1
$m(B_i \mid C_2)$	0,1	0	0,3	0,1	0,2	0,3	0
$\mathbf{Bel}_2(B_k)$	0,1	0	0,3	0,2	0,6	0,6	1
$\mathbf{Pl}_2(B_k)$	0,4	0,4	0,8	0,7	1	0,9	1

Nhiệm vụ tiếp theo là xử lý và tổng hợp kết quả có được để chọn phương án tối ưu.

3.2 Xử lý và tổng hợp thông tin không đầy đủ

Phương án tối ưu được lựa chọn phụ thuộc rất lớn vào các tiêu chí ra quyết định. Khi đã có tiêu chí thì việc kết hợp các tiêu chí để đưa ra quyết định cũng là một vấn đề cần phải quan tâm. Phần lớn các phương pháp thực hiện việc kết hợp này bằng cách xây dựng hàm mục tiêu F. Phương án tối ưu đạt được khi hàm mục tiêu có giá trị lớn nhất. Hàm mục tiêu được xác định trên tập hữu hạn các phương án từ $\mathbb{A}$ có dạng: $F(w, u_k) \to \max_A$

với $\mathbf{w} = (w_1, ..., w_r)$ - véctơ "trọng số" của các tiêu chí;

$\mathbf{u}_k = (u_{1k}, ..., u_{rk})$, $k = 1, ..., n$ - véctơ phương án thứ k ứng với các tiêu chí $\{C_1, ..., C_r\}$

Một trong những phương pháp kết hợp được phổ biến rộng rãi nhất hiện nay là chập tuyến tính, tức là hàm mục tiêu được xây dựng có dạng:

$$F(w, u_k) = \sum_{i=1}^{r} (w_i . u_{ik})$$

Tuy nhiên, phương pháp này còn chứa một dãy các nhược điểm. Vì vậy, bài báo đề xuất phương pháp ra quyết định sử dụng chiến lược Maximin có dạng:

$$F(w, u_k) = \min_{i=1,...,r} (w_i . u_{ik})$$

Chú ý rằng, nếu hai véctơ $\mathbf{w}$, $\mathbf{u}_k$ là hữu hạn thì hàm F cũng hữu hạn. Đặt $\mathbf{w}$ nhận giá trị từ tập $\mathcal{W}$ và $\mathbf{u}_k$ nhận giá trị từ tập $\mathcal{U}_k$. Nếu $\mathcal{U}_k$ - tích đề các của r đoạn $\mathcal{U}_{ik}$, thì hàm F thuộc một đoạn hoặc thuộc tập các đoạn. Nếu tất cả véctơ $\mathbf{w}$ là tuyến tính, thì tập $\mathcal{W}$ là tập lồi. Áp dụng tính chất đơn điệu của hàm F, có thể dễ dàng chứng minh được rằng giá trị của hàm F thuộc một đoạn $[F_1(k), F_2(k)]$.

Khi biết giá trị hàm mục tiêu F thuộc một đoạn thì câu hỏi đặt ra là làm sao để có thể lựa chọn được phương án tối ưu? Theo nghiên cứu, hiện nay tồn tại nhiều phương pháp so sánh để đưa ra phương án tối ưu. Bài báo đã đề xuất một phương pháp phổ dụng với sự trợ giúp của tham số $\eta \in [0,1]$ (Utkin and Augustin, 2007) và phương pháp chọn η (Schubert, 1995). Nếu $\eta = 1$ thì chỉ phân tích giới hạn dưới của F và đưa ra quyết định bi quan. Nếu $\eta = 0$ thì chỉ phân tích giới hạn trên của F và ra quyết định lạc quan. Như vậy, đối với phương pháp này, phương án tối ưu được chọn là khi kết quả $\eta \cdot F_1(k) + (1-\eta) \cdot F_2(k)$ đạt giá trị lớn nhất.

Nhiệm vụ tiếp theo – xây dựng thuật toán để tính giá trị $F_1(k)$ và $F_2(k)$ của hàm mục tiêu F.

3.3 Tính hàm chặn dưới và hàm chặn trên của hàm mục tiêu

Nếu các phương án được triển khai với sự trợ giúp của hàm niềm tin và hàm thừa nhận trong thuyết Dempster - Shafer thì có thể viết:

$$F_1(k) = \mathbf{Bel}(B_k) = \inf_{\mathbf{w} \in \mathcal{W}} \min_{j=1,...,r} \left(w_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k) \right),$$

$$F_2(k) = \mathbf{Pl}(B_k) = \sup_{\mathbf{w} \in \mathcal{W}} \min_{j=1,...,r} \left(w_j \cdot \mathbf{Pl}_j(B_k) \right),$$

với $\mathcal{W}$ - tập hợp các véctơ $\mathbf{w}$, tập này xác định thông tin về các tiêu chí ra quyết định.

Rõ ràng, với mọi $\mathbf{w} \in \mathcal{W}$ thì một đoạn bất kỳ $[\mathbf{Bel}^*(B_k), \mathbf{Pl}^*(B_k)]$ thuộc đoạn $[\mathbf{Bel}(B_k), \mathbf{Pl}(B_k)]$, vì vậy, cần tính đoạn lớn nhất có thể có. Nếu có hàm tần suất của nhóm tiêu chí D_k là $m(D_k)$ thì hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm tiêu chí D_k được tính bởi:

$$\mathbf{Bel}(D_k) = \sum_{i\ :\ D_i \subseteq D_k} m(D_i),\ \mathbf{Pl}(D_k) = \sum_{i\ :\ D_i \cap D_k \neq \varnothing} m(D_i),\ k = 1, ..., 2^r - 1.$$

Giả sử các chuyên gia chọn tiêu chí C_j với xác suất chưa biết là p_j, thì đối với tất cả các tiêu chí thỏa mãn điều kiện $\sum_{j=1}^{r} p_j = 1$. Khi đó, xác suất các tập tiêu chí thỏa mãn hệ bất đẳng thức sau:

$$\mathbf{Bel}(D_k) \le \sum_{j\ :\ C_j \in D_k} p_j \le \mathbf{Pl}(D_k),\ k = 1, ..., 2^r - 1.$$

Hệ bất đẳng thức trên hình thành tập $\mathcal{P}$ phân bố khả năng $p = (p_1, ..., p_r)$. Hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm giải pháp ứng với tiêu chí C_j có dạng:

$$\mathbf{Bel}_j(B_k) = \sum_{i\ :\ B_i \subseteq B_k} m(B_i \mid C_j),\ \mathbf{Pl}_j(B_k) = \sum_{i\ :\ B_i \cap B_k \neq \varnothing} m(B_i \mid C_j).$$

Cố định p từ $\mathcal{P}$. Áp dụng chiến lược Maximin có được kết quả:

$$\mathbf{Bel}_p(B_k) = \min_{j=1,...,r} \left(p_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k) \right),$$

$$\mathbf{Pl}_p(B_k) = \min_{j=1,...,r} \left(p_j \cdot \mathbf{Pl}_j(B_k) \right).$$

Hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm phương án nhận được phụ thuộc vào p. Suy ra, việc tìm giá trị chặn dưới của hàm niềm tin và giá trị chặn trên của hàm thừa nhận của nhóm phương án là giải hai bài toán tối ưu sau:

$$\mathbf{Bel}(B_k) = \inf_{p\in\mathcal{P}} \mathbf{Bel}_p(B_k) = \inf_{p\in\mathcal{P}} \min_{j=1,\dots,r}\left(p_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k)\right), \quad (1)$$

$$\mathbf{Pl}(B_k) = \sup_{p\in\mathcal{P}} \mathbf{Pl}_p(B_k) = \sup_{p\in\mathcal{P}} \min_{j=1,\dots,r}\left(p_j \cdot \mathbf{Pl}_j(B_k)\right) \quad (2)$$

với điều kiện $\sum_{j=1}^{r} p_j = 1$ và $\mathbf{Bel}(D_k) \le \sum_{j\,:\,C_j\in D_k} p_j \le \mathbf{Pl}(D_k),\ k = 1,\dots,2^r - 1.$

Thực tế, ở đây sử dụng hàm $F(\mathbf{w},\mathbf{u}_k)$ với “trọng số” $w_1 = p_1,\dots,w_r = p_r$ của các tiêu chí $C_1,\dots,C_r$. Giá trị của hàm niềm tin $\mathbf{Bel}_j(B_k)$ và giá trị hàm thừa nhận $\mathbf{Pl}_j(B_k)$ là giá trị chặn dưới và chặn trên của giá trị u_{jk}. Sử dụng tính chất của hàm F được miêu tả ở trên có thể đưa ra nhận xét rằng, đoạn $[\mathbf{Bel}(B_k),\mathbf{Pl}(B_k)]$ định nghĩa đoạn $[F_1(k), F_2(k)]$.

a. Bài toán thứ nhất

Xét bài toán (1), đó là bài toán tối ưu phi tuyến tính. Để giải bài toán, tiến hành đặt biến mới $G = \min_{j=1,\dots,r}\left(p_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k)\right)$. Khi đó, bài toán (1) có thể viết:

$$\mathbf{Bel}(B_k) = \inf_{p\in\mathcal{P}} G$$

với điều kiện $\sum_{j=1}^{r} p_j = 1$, (1) và $G \le p_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k),\ j = 1,\dots,r.$

Bài toán nhận được là tuyến tính với $r+1$ biến. Tuy nhiên, nó không có nghiệm, vì khi giảm hàm mục tiêu thì biến G giảm không bị chặn dưới. Làm thế nào để có thể chặn biến đó? Từ định nghĩa G suy ra giá trị tối ưu của biến có được $p_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k)$. Khi đó, nghiệm tối ưu sẽ là một phương trình từ tập các điều kiện $G \le p_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k)$. Suy ra, cần giải r bài toán tuyến tính, với mỗi bài toán thứ i có một điều kiện $G = p_i \cdot \mathbf{Bel}_i(B_k)$ và các điều kiện $G \le p_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k), j = 1,\dots,r, j \ne i$. Đặt bài toán thứ i có nghiệm tối ưu là $G^{(i)}$, khi đó:

$$\mathbf{Bel}(B_k) = \min_{i=1,\dots,r} G^{(i)}.$$

Chú ý rằng, bài toán thứ i là tuyến tính. Bởi vậy, nghiệm của nó có thể tìm trên tập điểm biên $\mathbf{extr}(\mathcal{P})$ của đa diện lồi $\mathcal{P}$ được hình thành từ các điều kiện tuyến tính. Thủ tục để tính điểm biên đã được biết đến. Vì điểm biên không phụ thuộc vào hàm mục tiêu nên giá trị giới hạn dưới của hàm niềm tin được tính bằng cách thay thế các điểm biên $\mathbf{extr}(\mathcal{P})$ vào điều kiện của r bài toán tuyến tính. Kết quả có $r \cdot M$ bài toán với M số điểm biên.

Giá trị nhỏ nhất của G đối với $r \cdot M$ bài toán là nghiệm tối ưu của bài toán (1). Suy ra bài toán (1) có thể viết:

$$\mathbf{Bel}(B_k) = \min_{i=1,\dots,M} \min_{j=1,\dots,r}\left(p_j^{(i)} \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k)\right),$$

với $p^{(i)} = (p_1^{(i)},\dots,p_r^{(i)})$ - điểm biên thứ i.

b. Bài toán thứ hai

Xét bài toán (2), đó là bài toán tối ưu phi tuyến tính. Tương tự, đặt biến mới $G = \min_{j=1,\dots,r}\left(p_j \cdot \mathbf{Pl}_j(B_k)\right)$, thì bài toán (2) có thể viết:

$$\mathbf{Pl}(B_k) = \sup_{p\in\mathcal{P}} G$$

với điều kiện $\sum_{j=1}^{r} p_j = 1$, (1) và $G \le p_j \cdot \mathbf{Pl}_j(B_k),\ j = 1,\dots,r.$

Bài toán nhận được là tuyến tính với $r+1$ biến. Nên có thể áp dụng các phương pháp đã có để giải một cách dễ dàng.

Xét trường hợp đặc biệt khi ra quyết định mà không có thông tin về các tiêu chí. Theo (Utkin and Natalia, 2008) khi đó đa diện P hình thành chỉ với một điều kiện là $\sum_{j=1}^{r} p_j = 1$ và có các điểm biên là (1,0,…,0), (0,1,…,0), ……,(0,0,…,1).

Từ (1) và (2) suy ra trường hợp này có $\mathbf{Bel}(B_k) = 0$ và $\mathbf{Pl}(B_k) = \max_{j=1,\dots,r} \mathbf{Pl}_j(B_k)$.

4 KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Quay trở lại với ví dụ về việc lựa chọn trang web thương mại điện tử tốt nhất. Hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm tiêu chí D_1, D_2, D_3 được tính như sau:

$$\mathrm{Bel}(\mathrm{D_1}) = \mathrm{m}(\mathrm{D_1}) = 0{,}5 \text{ và } \mathrm{Pl}(\mathrm{D_1}) = \mathrm{m}(\mathrm{D_1}) + \mathrm{m}(\mathrm{D_3}) = 0{,}8$$

$$\mathrm{Bel}(\mathrm{D_2}) = \mathrm{m}(\mathrm{D_2}) = 0{,}2 \text{ và } \mathrm{Pl}(\mathrm{D_2}) = \mathrm{m}(\mathrm{D_2}) + \mathrm{m}(\mathrm{D_3}) = 0{,}5$$

$$\mathrm{Bel}(\mathrm{D_3}) = 1{,}0 \text{ và } \mathrm{Pl}(\mathrm{D_1}) = 1{,}0$$

Hàm niềm tin và hàm thừa nhận của các giải pháp A_1, A_2, A_3 tương ứng. Tập hợp $\mathcal{P}$ phân bố

$p=(p_1,p_2)$ có hai điểm biên *V = (0,8, 0,2)* và *W = (0,5, 0,5)*. Từ đó suy ra:

$$Bel(B_k) = \min\{\min\{0{,}8\cdot Bel_1(B_k), 0{,}2 \cdot Bel_2(B_k)\}, \min\{0{,}5 \cdot Bel_1(B_k), 0{,}5\cdot Bel_2(B_k)\}\}$$

Xét trường hợp $B_1=\{A_1\}$,có thể viết:

$$Bel(B_k) = \min(\min(0{,}8\cdot 0{,}3, 0.2\cdot 0{,}1), \min(0{,}5 \cdot 0{,}3, 0{,}5\cdot 0{,}1)) = \min(0{,}02, 0{,}05) = 0{,}02$$

Bài toán tuyến tính để tính giá trị hàm thừa nhận của giải pháp A_1 có dạng:

$$\mathbf{Pl}(B_1)=\mathbf{Pl}(A_1)=\sup_{p\in\mathcal{P}} G$$

với điều kiện $p_1+p_2=1$ và $0{,}5\le p_1\le 0{,}8, 0{,}2\le p_2\le 0{,}5,\ G\le p_1\cdot 0{,}6, G\le p_2\cdot 0{,}4$.

Nghiệm tối ưu $G=Pl(A_1)=0{,}2$. Hàm niềm tin và hàm thừa nhận của các giải pháp khác được tính tương tự: $Bel(A_2)=0, Pl(A_2)=0{,}2$, $Bel(A_3)=0{,}06,\ Pl(A_3)=0{,}16$. Vì vậy, sẽ có ba đoạn [0,02, 0,2], [0, 0,2] và [0,06, 0,16]. Như đã trình bày ở phần 3.2, với $\eta=0{,}6$ thì nhận được ba giá trị 0.092, 0.08 và 0.1 tương ứng với 3 giải pháp. Từ đó có thể suy ra rằng giải pháp thứ 3 là tốt nhất (hay trang web thứ 3 là trang web thương mại điện tử tốt nhất).

5 KẾT LUẬN

Phương pháp ra quyết định đa mục tiêu đề xuất trợ giúp việc đánh giá trong trường hợp thông tin không chính xác, đánh giá theo nhóm giải pháp và nhóm tiêu chí. Từ góc nhìn này, phương pháp được đề xuất có thể xem là sự tổng quát phương pháp DS/AHP. Nghiệm của bài toán tối ưu nhận được là kết quả để đi tìm giải pháp "tối ưu". Bài toán tối ưu trong bài báo được dẫn dắt về bài toán tuyến tính. Vì vậy, có thể giải bằng các phương pháp đã biết, ví dụ phương pháp đơn hình hai pha, phương pháp M lớn. Cách tiếp cận này làm cho việc ra quyết định trở nên đơn giản với góc nhìn từ việc tính toán. Cần chú ý rằng, phương pháp đề xuất là sự định hướng cho việc bổ sung thông tin đánh giá từ các chuyên gia. Điều này sẽ làm tổng quát phương pháp DS/AHP và làm cho phương pháp này trở nên phổ biến.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Saaty, T. 1993. The method of analyzing hierarchies. Radio and communications. Moscow, 278 pages (tiếng Nga).

Beynon, M., Curry, B. and Morgan, P., 2000. The Dempster-Shafer theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modeling. *Omega*, 28(1): 37-50.

Beynon, M., 2002. DS/AH method: A mathematical analysis, including an understanding of uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 140 (1): 148-164.

Bộ Khoa học và Công nghệ. 2008. Ban hành kèm theo Quyết định số 2444/QĐ-BKHCN ngày 05/11/2008. Các tiêu chí cơ bản để đánh giá trang thông tin điện tử trên mạng Internet của các đơn vị trực thuộc Bộ Khoa học và Công nghệ.

Dempster A.P., 1967. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping. *The annales of Mathematical Statistics*, 38(2): 325-339.

Noghin, V.D. 2007. Decision-making under many criteria. Teaching-methodical manual. St. Petersburg: UTAS, 104 pages (tiếng Nga).

Utkin, L.V. and Simanova, N.V., 2008. Multi-criteria decision making by incomplete preferences. *Journal of Uncertain Systems*, *2*(4): 255-266.

Utkin L.V. and Augustin Th., 2007. Decision making under incomplete data using the imprecise Dirichlet model. International Journal of Approximate Reasoning, 44(3):322-338.

Schubert, J. 1995. On ρ in a decision-theoretic apparatus of Dempster-Shafer theory. *International Journal of Approximate Reasoning*, 13(3): 185-200.

Utkin, L.V. and Nguyen V. H., 2008. Maximin strategy of multi-criteria group decision-making within the framework of the hierarchy analysis method using the Dempster-Shafer theory. Proceedings of the 12th International Scientific Practice. Publishing house of the Polytechnic University. St. Petersburg, pp.28-30 (tiếng Nga).