SỰ CHUYỂN ĐỔI SƯ PHẠM CỦA KHÁI NIỆM PHÂN SỐ Ở BẬC TIỂU HỌC

Dương Hữu Tòng[1]

ABSTRACT

Today, mathematical objects, which are instroduced into curriculums and textbooks, apart from its derivative and developed periods in history. So to teach mathematics effectively, teachers need to take into account the historical elements. Thanks to research didactical transposition of mathematical knowledge from history to textbooks, they will have raised more pedagogical valuable ideas. This paper presents the results of research on the didactical transposition of fractional numbers in primary schools.

Keywords: didactical transposition, mathematical object, mathematical history, fraction
Title: Didactical transposition of the concept of fractions in primary schools

TÓM TẮT

Ngày nay, đối tượng toán học được đưa vào chương trình và sách giáo khoa (SGK) lại tách rời khỏi các giai đoạn nảy sinh và phát triển của nó trong lịch sử. Vì vậy, để dạy học toán có hiệu quả, giáo viên (GV) phải tính đến những yếu tố lịch sử toán. Nhờ vào nghiên cứu sự chuyển đổi sư phạm của các kiến thức toán học từ lịch sử cho đến SGK, họ sẽ nảy sinh nhiều ý tưởng có giá trị về mặt sư phạm. Bài báo này trình bày các kết quả nghiên cứu về sự chuyển đổi sư phạm trong dạy học khái niệm phân số ở bậc tiểu học.

Từ khóa: Sự chuyển đổi sư phạm, đối tượng toán học, lịch sử toán, khái niệm phân số

1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong môn Toán ở nhà trường tiểu học, khái niệm phân số được GV truyền thụ từ những gì SGK, sách giáo viên (SGV) ghi chép mà không nhắc đến đối tượng này xuất hiện như thế nào hay có ý nghĩa gì trong lịch sử hình thành của nó. Phân số có vị trí, vai trò quan trọng trong các mạch kiến thức toán ở tiểu học, đồng thời nó là cơ sở để mở rộng các loại số khác: hỗn số, số thập phân, số hữu tỉ,…Do đó, nhiệm vụ đặt ra đối với GV tiểu học là cần làm sao cho HS có những hiểu biết đúng đắn về khái niệm phân số, đặc biệt là hình thành khái niệm ban đầu về phân số. Như vậy, nghiên cứu sự chuyển đổi sư phạm trong dạy học khái niệm phân số cho phép làm sáng tỏ khái niệm này ở các cấp độ tri thức khác nhau: tri thức bác học, tri thức cần giảng dạy, tri thức soạn giảng, tri thức được dạy. Tuy nhiên, chúng tôi chỉ trình bày ở đây sự chuyển đổi sư phạm khái niệm phân số với hai cấp độ: tri thức bác học và tri thức cần giảng dạy.

[1] Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

2 SỰ CHUYỂN ĐỔI SƯ PHẠM TRONG DẠY HỌC KHÁI NIỆM PHÂN SỐ Ở BẬC TIỂU HỌC

2.1 Phân số ở cấp độ Tri thức bác học

Nghiên cứu các tài liệu lịch sử, chúng tôi nhận thấy việc mở rộng hệ thống số từ số tự nhiên sang số biểu diễn bởi phân số được tiến hành theo hai cách: xuất phát từ nhu cầu của cuộc sống và xuất phát từ nội bộ toán học. Thứ nhất, phân số ra đời để giải quyết các vấn đề thực tế: nhu cầu đo đạc (nhiều khi ta gặp cả những đại lượng không chứa đựng một số tự nhiên lần đơn vị đo) và nhu cầu chia những vật ra nhiều phần bằng nhau. Thứ hai, tập hợp số biểu diễn bởi phân số ra đời xuất phát từ nội bộ toán học: để cho phép chia các số nguyên cho một số khác 0 luôn luôn thực hiện được, hoặc các phương trình dạng $b \times x = a$ $(\mathrm{b} \neq 0)$ luôn luôn có nghiệm. Trong quá trình mở rộng như trên, phân số được tiếp cận theo 4 cách như sau:

2.1.1 Cách tiếp cận dựa trên số phần của cái toàn thể

Cách tiếp cận này có liên quan đến bài toán: "*Tìm ra một số phần của một đối tượng được chia thành các phần bằng nhau*". Trong lịch sử, khái niệm về đại lượng phân số phát triển từ thời cổ đại khi "*phân số*" đã được quan niệm như "*không chia được và không chia hết*" (Klein, 1968, tr.40). Một đại lượng phân số không được xem như là một số trong nhiều thế kỷ, đúng hơn, nó đã được sử dụng như một đơn vị mới biểu diễn cho một phần hoặc các phần của một số cho đến khi Stevin (1548-1620) tuyên bố rằng đại lượng này là một con số bằng cách định nghĩa phân số như là "*một phần của các bộ phận của cái toàn thể*" (Klein, 1968, tr.290).

2.1.2 Cách tiếp cận dựa trên đo lường

Người ta tìm thấy các phân số từ các số tự nhiên qua các số đo và tỷ lệ, giải quyết nhu cầu tìm một đơn vị đo lường chung đối với hai đại lượng. Trong lịch sử, thuật ngữ bao gồm số đo đại lượng và tỷ lệ là "*tính có thể so sánh được*" được định nghĩa bởi nhà toán học Hy Lạp, Euclide (thế kỷ III, trước công nguyên) như sau: "*Những độ lớn được cho là có thể so sánh được với nhau nếu được đo lường bởi cùng đơn vị đo, và chúng không thể so sánh được nếu chúng không có đơn vị đo lường chung*" (Heath, 1956, tr. 10).

Theo ý nghĩa hiện đại, nếu A và B (khác 0) là hai số có thể so sánh được với nhau nếu tồn tại đại lượng C sao cho A = mC và B = nC với m, n là các số nguyên và $n \neq 0$. Euclide không xem đại lượng C như là một số, nhưng như là "*một phần hay các phần của một số*" (Klein, 1968, tr.43).

2.1.3 Cách tiếp cận dựa trên phép chia

Cách tiếp cận này nảy sinh trong lúc người ta đi tìm nghiệm cho phương trình $b \times x = a$ với a, b là các số nguyên, b khác 0. Cụ thể, nó được tìm thấy trong định nghĩa thông thường của một trường, được hình thành đầu tiên bởi Galois vào đầu thế kỷ XIX và được thiết lập cụ thể bởi Dedekind vào năm 1871. Chúng tôi gọi đây là cách tiếp cận dựa trên phép chia vì nhu cầu phải có phân số $\frac{a}{b}$ là kết quả của sự cần thiết để có một tập hợp số trong đó phép chia là đóng kín (tức là tồn tại phần tử nghịch đảo và thỏa mãn các tiên đề của trường) nhằm giải quyết các vấn đề đại số.

2.1.4 Cách tiếp cận dựa trên lý thuyết tập hợp

Theo cách tiếp cận này, người ta định nghĩa các phân số như là tập hợp các cặp số nguyên có thứ tự. Cụ thể, các nhà toán học tiếp cận như sau:

Lấy tập hợp S gồm các cặp số nguyên có thứ tự (a, b), với b khác 0. Phân chia tập S thành các tập hợp con với qui tắc: hai cặp (a, b) và (c, d) nằm trong cùng một tập hợp con nếu tỉ số $\frac{a}{b}$ bằng với tỉ số $\frac{c}{d}$, tức là, nếu và chỉ nếu $ad = bc$ (Childs, 1995, $tr.3$). Cách tiếp cận này có thể được tìm thấy trong thế kỷ XIX và thế kỷ XX. Bằng sự nỗ lực để phát triển một nền tảng toán học chặt chẽ, một số nhà toán học chuyển sang số học như là nguồn gốc cho nền tảng như vậy. Vào cuối thế kỷ XIX, Cantor phát triển lý thuyết tập hợp, mà cuối cùng dẫn đến việc hình thành các định nghĩa lý thuyết tập hợp về số hữu tỉ. Điều này rất rõ ràng trong phong trào "toán học mới" của những năm 60, dựa vào các tác phẩm của Nicolas Bourbaki – một trường phái toán học của Pháp.

2.2 Phân số ở cấp độ Tri thức cần giảng dạy

2.2.1 Phân số trong chương trình đào tạo GV tiểu học
Phân số trong giáo trình "Số học" của Bùi Anh Kiệt (2009)

Giáo trình này trình bày cách xây dựng tập số Q như sau:

" Cho Z là tập các số nguyên.

Gọi $D = \{(m,n) / m,n \in Z, \text{và } n \neq 0\}$. *Trên D xây dựng một quan hệ ~ như sau:*

$(a,b) \sim (c,d) \Leftrightarrow ad = bc$

Dễ thấy quan hệ ~ là quan hệ tương đương. Kí hiệu Q = D/ ~

.....

Trong Q ta kí hiệu lớp tương đương $[a,b] = \frac{a}{b}$. *Do đó,*

$Q = \left\{\frac{a}{b} / a,b \in Z \text{ và } b \neq 0\right\}$. *"*

Với cách xây dựng phân số $\frac{a}{b}$ được hiểu như là một phần tử của Q. a được gọi là tử số, b ($b \neq 0$) gọi là mẫu số của phân số của phân số. Do đó, ta có thể hiểu phân số là hình thức biểu diễn số hữu tỉ qua các số nguyên.

Phân số trong giáo trình "Lý thuyết số" của Trần Diên Hiển - Nguyễn Tiến Tài - Nguyễn văn Ngọc (2001)

"*Cho N là tập số tự nhiên và* $N^* = N \setminus \{0\}$

Mỗi cặp số thứ tự (a; b) trong đó $a \in N$ *và* $b \in N^*$ *ta gọi là một phân số. Tập tất cả phân số ta kí hiệu là P. Như vậy* $P = N \times N^*$

Ta sẽ sử dung kí hiệu $\frac{a}{b}$ *để chỉ phân số (a ; b) trong đó a gọi là tử số, b gọi là mẫu số. Như vậy* $P = \left\{ \frac{a}{b} / a \in N \text{ và } b \in N^* \right\}$*. Trên P ta định nghĩa quan hệ "~" như sau:*

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in P; \frac{a}{b} \sim \frac{c}{d}$ *khi và chỉ khi ad = bc."*

Với quan hệ tương đương trên, tác giả phân chia tập P để được tập thương $P/\sim$ và được kí hiệu là Q_+ (tập các số hữu tỉ không âm).

Khái niệm phân số trong giáo trình này được đồng nhất với khái niệm phân số hình thành trong nhà trường tiểu học. Cách hình thành phân số như trên là nền tảng để xây dựng tập số hữu tỉ Q. Mỗi số hữu tỉ là một lớp đương đương gồm các phân số tương đương nhau.

Phân số theo giáo trình "Phương pháp dạy học môn Toán ở Tiểu học" của Đỗ Trung Hiệu – Đỗ Đình Hoan (2005)

Ở Tiểu học, khái niệm phân số được xây dựng theo hướng sau: số biểu thị một cặp số tự nhiên (a, b), trong đó b chỉ số phần bằng nhau của một đơn vị và a chỉ số phần bằng nhau lấy ra, được rồi là phân số. Số đó được biểu diễn dưới dạng $\frac{a}{b}$.

Ở SGK Toán 4 còn giới thiệu còn nêu lên mối quan hệ giữa khái niệm phân số với phép chia hai số tự nhiên. Như vậy, bao giờ cũng có thể dùng phân số để ghi lại kết quả của phép chia một số tự nhiên cho một số tự nhiên khác 0. Điều này cho phép coi một số tự nhiên là phân số có mẫu số là 1.

Việc xây dựng số mới có dạng $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ như trên làm cho các phương trình có dạng $b \times x = a$ $(b \neq 0)$ luôn luôn có nghiệm.

Ngoài ra, tác giả Phạm Đình Thực (2003) cũng đề xuất cách hình thành phân số cũng tương tự như trong giáo trình của Đỗ Trung Hiệu – Đỗ Đình Hoan (2005).

Phân số trong giáo trình "Thực hành phương pháp dạy học Toán ở Tiểu họ" của Đào Tam (2005)

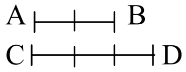
Tác giả này đã chia cụ thể 3 cách tiếp cận phân số như sau:

(i) Cách thể hiện theo kiểu của phần của cái toàn thể (bộ phận của tập hợp hoàn chỉnh). Tác giả đưa ra ví dụ minh họa: Một trong bốn phần bằng nhau của hình tròn được gạch, ta nói được $\frac{1}{4}$ hình tròn.

(ii) Cách thể hiện phân số theo kiểu phép chia:

Có thể hiểu phân số $\frac{a}{b} = a : b$ $(a, \text{ b} \in \text{N}; \text{ b} \neq 0)$.

(iii) Cách thể hiện phân số theo kiểu tỉ số.



Đoạn thẳng AB bằng $\frac{2}{3}$ đoạn thẳng CD.

Tác giả đã làm rõ được 3 cách tiếp cận khái niệm phân số. Trong đó, cách 1 và 2 tương đồng với 2 được nêu ra trong lịch sử. Các cách tiếp cận này sẽ được soi sáng trong SGK Toán ở tiểu học bên dưới đây.

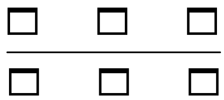
2.2.2 Phân số trong SGK Toán hiện hành ở bậc tiểu học

Dạy học phân số ở Tiểu học nhằm cung cấp cho học sinh một loại số mới, biểu diễn được thương đúng của hai số tự nhiên, cũng nhằm đáp ứng nhu cầu biểu diễn chính xác các số đo đại lượng trong đời sống thực tiễn. Phân số được chính thức đưa vào giảng dạy một cách đầy đủ ở chương trình toán lớp 4. Dạy học phân số trong Toán 4 là sự tiếp nối mạch kiến thức về phân số ở lớp 2 và lớp 3, đồng thời làm cơ sở vững chắc để dạy học về phân số thập phân, hỗn số ở lớp 5. Từ đó, SGK hệ thống hóa và hoàn chỉnh toàn bộ nội dung dạy học phân số ở Tiểu học, chuẩn bị cho dạy học số thập phân.

a. <u>Cách tiếp cận phân số trong SGK Toán 2 và Toán 3 (2006) hiện hành</u>

Chương trình Toán 2 giới thiệu các phân số: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$. Trong khi đó, SGK Toán 3 cho HS làm quen với các phân số đơn vị $\frac{1}{n}$ với $n \le 10$.

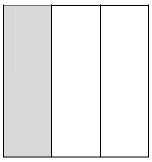
Trong bài "Phép chia", các tác giả SGK Toán 2 (tr.107) trình bày khái niệm "*phần bằng nhau*" của một đơn vị.



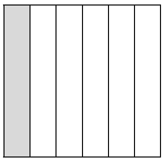
6 ô chia thành 2 phần bằng nhau, mỗi phần có 3 ô. Ở đây, người ta chỉ ngầm ẩn giới thiệu về khái niệm "*phần bằng nhau*" chứ không giới thiệu trực tiếp về phân số. SGK cũng đưa thêm nhiều bài tập theo kiểu tiếp cận so sánh số lượng của một bộ phận của tập so với toàn tập hợp đó. Chính vì lẽ đó, chúng ta có thể gọi tên cách tiếp cận này là "*tiếp cận kiểu tập hợp*".

Lớp 3 mang lại cho HS cách tiếp cận phân số đơn vị theo diện tích của một số hình cơ bản như hình vuông, hình chữ nhật. Các hình này được chia thành các phần bằng nhau, người ta tác động đến một số phần nào đó, từ đó làm nảy sinh khái niệm phân số. Chẳng hạn, một bài tập được đưa ra trong SGK Toán 3 (tr.25) như sau:

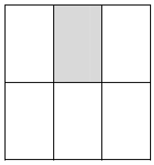
4 Đã tô vào $\frac{1}{6}$ hình nào?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Tóm lại, SGK Toán 2 và 3 chỉ đề cập đến các phân số đơn vị. Tuy nhiên, các tác giả không nêu tên phân số mà chỉ đề cập một cách ẩn tàng thông qua khái niệm "*phần bằng nhau*". Phân số được xem như là "*công cụ ngầm ẩn*" để giải quyết dạng toán "*Tìm một trong các phần bằng nhau của một số*".

b. <u>Cách tiếp cận phân số trong SGK Toán 4 (2006) hiện hành</u>

SGK Toán 4 (tr.106) hình thành khái niệm phân số như sau:

Chia hình tròn thành 6 phần bằng nhau, tô màu vào 5 phần. Ta nói: Đã tô màu vào năm phần sáu hình tròn.

Ta viết: $\frac{5}{6}$*, đọc là năm phần sáu.*

Ta gọi $\frac{5}{6}$ *là phân số. Phân số* $\frac{5}{6}$ *có tử số là 5, mẫu số là 6.*

Mẫu số là số tự nhiên viết dưới dấu gạch ngang. Mẫu số cho biết hình tròn được chia thành 6 phần bằng nhau. Tử số là số tự nhiên viết trên gạch ngang. Tử số cho biết 5 phần bằng nhau đã được tô màu.

Như vậy, SGK Toán 4 giới thiệu khái niệm phân số qua việc chia cái toàn thể thành b phần bằng nhau. Sau đó, lấy a phần trong tổng số b phần đó. Như vậy có được phân số $\frac{a}{b}$.

Cách trình bày này phù hợp với cách được đề cập trong lịch sử của phân số. SGK Toán 4 không đưa ra định nghĩa chính thức của phân số theo cách tiếp cận này. Ở đây, chúng tôi có thể phát biểu như sau: Phân số là cặp số thứ tự (a, b) trong đó a, b là các số tự nhiên và $b \neq 0$, b chỉ số phần bằng nhau mà đơn vị trọn vẹn được chia ra và a chỉ số phần bằng nhau đã lấy. Định nghĩa này được cụ thể như sau:

1 chia cho b, ta được $\frac{1}{b}$.

Tiếp đến, lấy a lần số hạng $\frac{1}{b}$, tức $\underbrace{\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+...+\frac{1}{b}}_{\text{a số hạng}}=\frac{a}{b}$

Thêm vào đó, SGK Toán 4 (tr.106) còn nêu lên cách viết mẫu số, tử số và điều kiện của mẫu số thông qua nhận xét sau: *"Mỗi phân số có tử số và mẫu số". Tử số là số tự nhiên viết trên gạch ngang. Mẫu số là số tự nhiên khác 0 viết dưới gạch ngang".*

Ngoài ra, SGK Toán 4 (tr.108) còn tiếp cận phân số như là kết quả của phép chia của hai số tự nhiên mà số chia khác 0 thông qua bài "PHÂN SỐ VÀ PHÉP CHIA SỐ TỰ NHIÊN":

"*Có 3 cái bánh, chia đều cho 4 em. Hỏi mỗi em được bao nhiêu phần của cái bánh"*. SGK trình bày: $3:4=\frac{3}{4}$.

Hoặc *"Có 5 cái bánh, chia đều cho 4 em. Hỏi mỗi em được bao nhiêu phần của cái bánh"*. SGK Toán 4 trình bày: $5:4=\frac{5}{4}$.

Đến đây, ta thấy được cách giới thiệu phân số có sự phối hợp của 2 cách mà đã được đề cập trước đó: xuất phát từ nhu cầu thực tế và nhu cầu của nội bộ toán học.

Nhu cầu thực tế ở chỗ: SGK Toán 4 đưa ra tình huống như trên có từ thực tiễn cuộc sống. Đó là kết quả của những phép chia không hết. Chứng tỏ, trong thực tế có những tình huống cho phép làm nảy sinh khái niệm số mới – phân số.

Nhu cầu nội bộ toán học ở chỗ: Khái niệm phân số ra đời cho phép thực hiện mọi phép chia thông qua nhận xét sau trong SGK Toán 4 (tr.108): *"Thương của phép chia số tự nhiên cho số tự nhiên (khác 0) có thể viết thành một phân số, tử số là số bị chia và mẫu số là số chia'*. Ngầm ẩn sau đó, phân số ra đời còn có một ý nghĩa khác. Nó cho phép mọi phương trình đại số dạng $b \times x = a$ luôn có nghiệm. Vậy phân số là thương đúng của phép chia một số tự nhiên a cho số tự nhiên b, $b \neq 0$. Trên tập hợp số mới (**Q***) phép chia số tự nhiên a cho số tự nhiên b, $b \neq 0$ luôn luôn thực hiện được (đóng kín đối với phép chia) và tập hợp **Q*** chứa một bộ phận đẳng cấu với N.

Hơn nữa, cách tiếp cận phân số dựa trên phép chia tỏ ra hiệu quả hơn cách tiếp trước đó vì giới thiệu thêm phân số không thực sự (phân số tử số lớn hơn mẫu số).

Bên cạnh đó, tác giả cũng nêu lên mối quan hệ của một phần tử của tập **N** với tập số **Q*** (SGK Toán 4, tr.108) : *"Mọi số tự nhiên có thể viết thành một phân số có tử số là số tự nhiên đó và có mẫu số bằng 1"*. Mối quan hệ này sẽ tỏ ra rất hữu dụng khi thực hiện các phép tính sau này.

Tiếp đó, cần dạy HS tính chất cơ bản của phân số, SGK Toán 4 trình bày chủ đề: phân số bằng nhau. Kiến thức này rất cần thiết cho việc học quy đồng mẫu số các phân số, so sánh hai phân số, làm tính với các phân số. Phân số bằng nhau được tác giả giới thiệu qua mô hình trực quan:

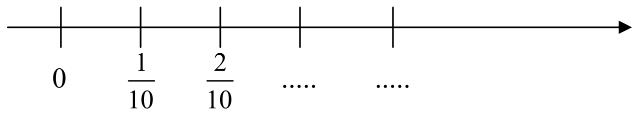
Chia hai bằng giấy bằng nhau. Băng giấy thứ nhất được chia thành 4 phần, lấy 3 phần. Băng giấy thứ hai được chia thành 8 phần, lấy 6 phần nhau.

Ta được $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$, với nhận xét rằng: $\frac{3\times 2}{4\times 2}=\frac{6}{8}$; $\frac{6:2}{8:2}=\frac{3}{4}$. Rút ra kết luận: $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$.

Bài "Phân số bằng nhau" đánh dấu cách tiếp cận phân số dựa trên lý thuyết tập hợp (đã được đề cập trong phần lịch sử) một cách không tường minh.

Chúng tôi nhận thấy chưa đề cập cách tiếp cận bên dưới đây mà được nhắc đến rất nhiều khi dạy học số tự nhiên.

Viết tiếp phân số thích hợp vào chỗ chấm:



Cách tiếp cận này có thể được gọi là là cách tiếp cận tia số. Nó có hiệu quả trong các bài tập so sánh các phân số. Ngoài ra, nó cho thấy tập hợp $\mathbf{Q}^*$ là tập hợp số trù mật, khác với tập hợp số rời rạc **N**, tức trên $[0, 1]$ không tồn tại số tự nhiên nào nhưng có rất nhiều phân số.

Ngoài ra, SGK Toán 4 (tr.146) còn đề xuất thêm cách tiếp cận tỉ số qua bài "Giới thiệu tỉ số":

" *Một đội xe có 5 xe tải và 7 xe khách.*

Ta nói: Tỉ số của số xe tải và số xe khách là 5 : 7 hay $\frac{5}{7}$.

Tỉ số của số xe khách và số xe tải là 7 : 5 hay $\frac{7}{5}$*.*"

Giống như cách tiếp cận dựa trên phép chia, cách tiếp cận tỉ số cho phép giới thiệu cả hai loại phân số: phân số thực sự và phân số không thực sự. Tuy nhiên, đôi khi nó dẫn đến hiểu nhầm của HS không phân biệt được phân số và tỉ số.

Nhận xét:

Phân số được nghiên cứu ở lớp 2, lớp 3 ở góc độ ẩn tàng. Khi đó nó chỉ được xem như là "*công cụ ngầm ẩn*" để giải quyết các tình huống. Trong khi đó, ở lớp 4 phân số được nghiên cứu như là một "*đối tượng*" tường minh. HS chính thức được tìm hiểu nó qua cách hình thành khái niệm, nghiên cứu các tính chất cơ bản, các phép tính. Từ đó, phân số trở thành "*công cụ tường minh*" để giải quyết các kiểu nhiệm vụ có liên quan.

3 KẾT LUẬN

Nghiên cứu sự chuyển đổi sư phạm trong dạy học khái niệm phân số cho thấy được sự khác nhau giữa các cấp độ tri thức. Phân số được tiếp cận trên tư tưởng số phần / cái toàn thể, theo phép chia hai số tự nhiên, tia số, tỉ số,…SGK cũng chuyển tải được sự cần thiết phải có phân số: xuất phát từ nhu cầu thực tế cuộc sống và nhu cầu của nội bộ toán học. Nhờ đó mà GV có nhiều lựa chọn trong việc thiết kế các tình huống thích hợp để giảng dạy.

Tóm lại, nghiên cứu chuyển đổi sư phạm trong dạy học toán là rất cần thiết. Bởi lẽ, nó sẽ giúp GV hiểu rõ hơn về vấn đề toán học trong lịch sử và có thể góp phần nâng cao hiệu quả giảng dạy toán của mình.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bùi Anh Kiệt (2009), Số học, Bài giảng Đại học Cần Thơ, Cần Thơ.

Childs, L. (1995), A concrete introduction to higher algebra, New York: Springer.

Đào Tam, Phạm Thanh Thông, Hoàng Bá Thịnh, (2005) Thực hành phương pháp dạy học Toán ở Tiểu học, Nxb Đà Nẵng, Đà Nẵng.

Đỗ Đình Hoan (2006), Toán 2, 3, 4, Nxb Giáo dục, (SGK hiện hành), Hà Nội.

Đỗ Đình Hoan (2006), Toán 2, 3, 4, Nxb Giáo dục, (SGV hiện hành), Hà Nội.

Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan, Vũ Dương Thụy, Vũ Quốc Chung (2005), Giáo trình Phương pháp dạy học môn Toán ở Tiểu học, Nxb ĐHSP, Hà Nội.

Heath, T. L. (1956), The thirteen books of Euclid's Elements (2d ed.), (Vols. 1-3) New York,: Dover Publications.

Klein, J. (1968), Greek mathematical though and the origin of algebra, Cambridge, Mass: M.I.T. press.

Phạm Đình Thực (2003), Phương pháp dạy học Toán bậc Tiểu học, Nxb ĐHSP, TP. Hồ Chí Minh.

Trần Diên Hiển, Nguyễn Tiến Tài, Nguyễn Văn Ngọc (2001), Giáo trình Lý thuyết số, Nxb Giáo dục, Hà Nội.

Vũ Quốc Chung (chủ biên) (2007), Phương pháp dạy học Toán ở Tiểu học, NXB Giáo dục, Nxb Đại học Sư phạm, Hà Nội.